

精密写真測量を用いたアラミドロッドの微小変形計測

Microdisplacement Measurement of Aramid Fiber Rod by Precise Photogrammetry

塩崎 正人 MASANDO SHIOZAKI

四国職業能力開発大学校 秋本 圭一 KEIICHI AKIMOTO

精密写真測量とは、デジタルカメラで測定対象物を撮影し、その画像から3次元形状を計測する手法である。今回この手法をアラミドロッド引張試験の変形計測に適用した。アラミドロッドが引張変形する前後で撮影を行い、載荷前後の座標を測るものである。基準点を持たない手法であるため座標変換を行い、微小変形量を算出する。本試験では、 $11\mu\text{m}$ の精度で計測ができており、今後の展開への可能性を明らかにした。

キーワード：精密写真測量，デジタルカメラ，アラミドロッド，微小変形計測

The Precise Photogrammetry are the technique to measure 3 dimensional form of the objects using a digital camera. We tried to use this technique for measuring the deformation of an aramid fiber rod under the tensile tests. As the results, it was clarified that this technique have the accuracy of $11\mu\text{m}$, and are accurate enough for practical use.

Key Words: Precise Photogrammetry, Digital Camera, Aramid Fiber Rod, Microdisplacement Measurement

1. はじめに

精密写真測量とは、デジタルカメラで対象物を撮影し、その画像から対象物の3次元形状を計測する方法である。我々はこれまでこの方法を開発してきたが、計測対象としては、橋やトンネルなど比較的大型の構造物が主であった。

一方、精密写真測量の特長のひとつに、多数の点の座標を同時に計測できることがある。今回はこの特長を活かして、従来よりは小規模の対象の変位・変形を計測する実験を行った。

供試体の変形計測では、一般的には接触式計測器である変位計や π ゲージ等直接変位を測るものを用いるほか、ひずみゲージによって間接的に変位を求める方法もある。これらは、設置位置の制約や配線等の煩雑さがあり、計測位置によっては、機器を設置することが困難な場合もある。精密写真測量は、非接触の計測法であるため上述の煩雑さを避けられ、計測箇所の自由度も高い特徴がある。今回、アラミドロッド引張試験において、精密写真測量を用いて伸び量を計測した。この結果について以降で述べるものである。

2. 変形計測方法¹⁾

(1) 計測法の概要

デジタルカメラを用いた精密写真測量（以下、本方法）によって変位を計るには次のようにする。まず、変形前の静止状態において必要枚数の写真を撮り、計測点の3次元座標を算出する。次に対象物が変形した後の静止状態において、同様にして計測点の座標を求める。そして両座標値の差を取る。この差が変位量である。

ところがこのとき、ひとつ問題がある。精密写真測量では、対象物の相対的形状は正確に測れるが、絶対座標は測れないということである。すなわち、まったく変位がない場合であっても、2回の測定で算出される同一点の座標は異なる。言い換えれば、測定ごとに異なる座標系で対象点座標が表現される。その理由は、基準点（予め座標が分かっている点）を通常は設定できないからである。このため、座標系を固定しないフリーネットワーク法で解を求める必要があり、上述のような事情は避けることができない。

そこで変形前後の2回の測定で得られた座標値を比較するときは、次の手順によるものである。

- ①変形後の形状を、変形前の形状に重ね合わせるように座標変換する（図-1）。座標変換は、回転・

平行移動・伸縮の3つの変換の合成である。

②上記操作を行った後、対応する点の座標の差をとる。そこで重要なのは、手順①の重ね合わせの方法である。以下これについて説明する。

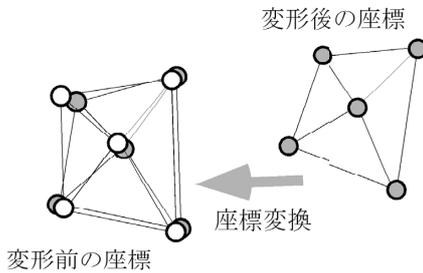


図-1 座標計測値の重ね合わせ

(2) 一様な重みによる簡易法

前述のように、変形後の座標を変形前の座標に重ね合わせるような座標変換を見出す必要がある。重ね合わせの基準は最小二乗誤差である。この方法には2つある。まず本節では、計測の重みが一様な場合、特異値分解を用いて簡易に解く方法を示す。次節では、計測精度が点によって異なる場合、繰り返し法によって正確に解く方法を説明する。

変形前後の n 個の計測点の座標をそれぞれ x_i, y_i ($i=1, \dots, n$) とする。両者の関係は、次のように表される。

$$x_i = sM(y_i - t) + v_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (1)$$

ここで s はスケール比 (伸縮の割合), M は座標回転行列, t は平行移動ベクトル, v は誤差である。

簡易法は、伸縮、回転、平行移動の3つの操作が、互いに相互関係なく独立に行えるという仮定のうえでこれら各操作量を求める。本来はこれらの操作は互いに関連するはずである。

最初にスケール比を計算する。スケール比は、それぞれの計測点の重心からの距離の二乗和が等しくなるように定める。まずそれぞれの計測点の重心座標を x_g, y_g とし、座標系の原点を重心に移動させると、座標値は $x_i - x_g, y_i - y_g$ となる。これを改めて x_i, y_i と置きなおす。とするとスケール比 s は

$$s^2 = \frac{\sum x_i^T x_i}{\sum y_i^T y_i} \quad (2)$$

として求めることができる。ここで総和記号は計測点全点の和を取ることを意味する (以下同じ)。このスケール比を変形後の座標に乗じてスケールをあわせ、改めて y_i とおく。以上でスケール調整が終わったが、重心を原点に取り直したことによって平行移動も終わっている。

最後に回転行列 M を求める。重ね合わせの誤差は

$$v_i = x_i - My_i \quad (3)$$

で表されるから、誤差の二乗和を E とすると

$$\begin{aligned} E &= \sum v_i^T v_i = \sum (x_i - My_i)^T (x_i - My_i) \\ &= \sum x_i^T x_i - 2 \sum x_i^T M y_i + \sum y_i^T y_i \end{aligned} \quad (4)$$

となる。ここで M は直交行列であるから $M^T M = I$ (I は単位行列) となる性質を用いた。式(4)の値を最小にするような M を求めるのが目標である。

式(4)の第1項と第3項は一定だから、 E を最小にするには第2項を最大にすればよい。

$$\begin{aligned} E_1 &= \sum x_i^T M y_i = \sum \text{trace} \{ x_i (M y_i)^T \} \\ &= \text{trace} \{ (\sum x_i y_i^T) M^T \} = \text{trace} \{ N M \} \end{aligned} \quad (5)$$

ただしここで $N = \sum x_i y_i^T$ とおいた。

この 3×3 行列 N を $N = USV^T$ と特異値分解する。ここで U, V は直交行列, S は特異値を対角項に持つ対角行列である。すると E_1 は

$$E_1 = \text{trace} \{ USV^T M^T \} = \text{trace} \{ V^T M^T U S \} \quad (6)$$

と変形できる。ここで行列のトレースは、積が実行できるならばその順序に無関係であることを用いた。これが最大になるのは $V^T M^T U = I$ となるときである。なぜなら $V^T M^T U$ の要素を (a_{ij}) とし、 S の対角項 (特異値) を $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ (いずれも非負) とすると $\text{trace} \{ V^T M^T U S \} = \lambda_1 a_{11} + \lambda_2 a_{22} + \lambda_3 a_{33}$ となる。ところが $V^T M^T U$ は直交行列であるから a_{11}, a_{22}, a_{33} の最大値は1であり、そしてそのときに E_1 は最大になるからである。 a_{11}, a_{22}, a_{33} が1のとき、他の要素はすべて0となる。よって $V^T M^T U = I$ となる。

以上のことから求める回転行列は

$$M = UV^T \quad (7)$$

として求められる。

(3) 繰り返し法による精密計算法

簡易法では伸縮・回転・平行移動が独立して誤差最小化に寄与すると考えたが、正確にはそうではないという問題があった。さらに、計測精度を考慮していないという問題がある。これは次のような意味である。

式(4)で重ね合わせの誤差を評価したが、この式ではすべての点が同一の重みで取り扱われている。ところが実際には、座標値は計測値なので、計測精度が同じではないはずである。計測精度のよい点は、悪い点よりも大きな重みで評価せねばならないと考えられる。すなわち座標値の分散共分散行列を Σ_x ($3n \times 3n$) とすると重み行

列 W は

$$W = (\Sigma_x)^{-1} \quad (8)$$

で表されるので、これを用いて式(4)は

$$E = v^T W v \quad (9)$$

のように書き換えられねばならない。ただし

$$x = [X_1 Y_1 Z_1 \dots\dots X_n Y_n Z_n]^T$$

(変形前の全座標を並べたベクトル)

$$y = [X_1 Y_1 Z_1 \dots\dots X_n Y_n Z_n]^T$$

(変形後の座標を変形前の座標に重ね合わせるように変換した後、それらを並べたベクトル)

としたとき

$$v = x - y \quad (10)$$

である。 Σ_x として2回の計測（変形前と後）のどちらの結果を用いるか問題である。しかし、現実的には2回の計測はほとんど同様に実行される（ほぼ同じ位置から同じ枚数写真が撮影される）と考えてよい。大きく異なる場合には、計測そのものを見直さなければならない。

式(1)より $v_i = x_i - sM(y_i - t)$ であるから

$$f_i = sM(y_i - t)$$

とにおいて v_i を初期値の周りでテーラー展開し、線形化する。

$$v_i + \begin{bmatrix} \frac{\partial f_i}{\partial s} & \frac{\partial f_i}{\partial \theta} & \frac{\partial f_i}{\partial \varphi} & \frac{\partial f_i}{\partial \kappa} & \frac{\partial f_i}{\partial t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta s \\ \Delta \theta \\ \Delta \varphi \\ \Delta \kappa \\ \Delta t \end{bmatrix} = x_i - f_i^0 \quad (11)$$

ここで f_i^0 は f_i に初期値（スケール比 s 、回転角 θ, φ, κ および平行移動 t のそれぞれの初期値）を代入した値である。

式(10)、(11)を組み合わせると、次の線形連立方程式が得られる。

$$v + A \xi = e \quad (12)$$

ここで A は式(11)の係数行列を計測点の数だけ並べて構成される行列であり、 e は式(11)の右辺から作られる残差ベクトルである。式(12)の v を式(9)に代入して得られる最小二乗問題の解は次で与えられる。

$$\xi = (A^T W A)^{-1} A^T W e \quad (13)$$

これで得られた解 ξ は、初期値からの変化量であるから、これを加えて初期値を更新する。そしてそれを新しい初期値として再び線形化を行う。この手順を、解が収束するまで繰り返す。最初の初期値としては前節で説明した簡易法の結果を用いればよい。簡易法は初期値不要であった。

3. アラミドロッド伸び量計測

(1) 計測内容

アラミド繊維は、引張強度の高さや形状の多様性から、様々な土木・建築構造物で用いられている。アラミドロッドは、アラミド繊維を組紐状に加工したもので、非磁性の鉄筋代替材として使用されている（図-2）。



図-2 アラミドロッド供試体

この製品の出荷時検査で行う試験の1つである引張試験では、通常ひずみゲージ、伸び計および変位計を用いて計測を実施している。しかし、3種類の機器の計測値が一致しないという問題があり、今回この3つの計測法に加え、精密写真測量を用いて計測結果の比較を行い、非接触計測での精度について検証を行った。

アラミドロッドには、ひずみゲージ、伸び計および変位計の3種類の接触式計測器をセットした（図-3）。ひずみゲージはロッドに直接接着されているため、この写真では見るできない。



図-3 計測機器の設置状況

さらに、画像計測用のターゲット（ $\phi 5\text{mm}$ ）を33点接着した。その内ロッドに貼ったターゲットは4枚である（図-4）。



図-4 ターゲット設置状況

引張試験は図-2にある供試体の両端を試験機の上下に固定し载荷するものである(図-5)。



図-5 引張試験の状況

精密写真測定の計測方法であるが、不動点は試験機上の21点(うち16点は基準板のターゲット)である。図-4の中央、縦方向に4点並んでいるのがロッド上のターゲットである。カメラはNikon D1X(3008×1960画素)、レンズは20mmを用い、各測定ごとに8枚の写真を撮った。撮影は荷重0%(変形前)、20、40、60、70、80%の6段階の時点で荷重をホールドし、撮影時間だけ止めて行った。ロッドの太さによるが、およそ400kNの荷重で2%伸びた後に破断した。

(2) 計測結果

計測結果の一例を図-6~8に示す。図は横軸にひずみを縦軸に荷重を取ったものである。既存の3つの計測器は異なった値を示していることが分かる。変位計と伸び計のグラフが途中までしかないのは、ロッド破断時に壊れるのを防ぐため、破断前に取り外すからである。精密写真測定の座標計測精度(内的精度)はロッド長さ方向で10.8μmであった。この伸び量は2点の座標値から長さを計算したものである。

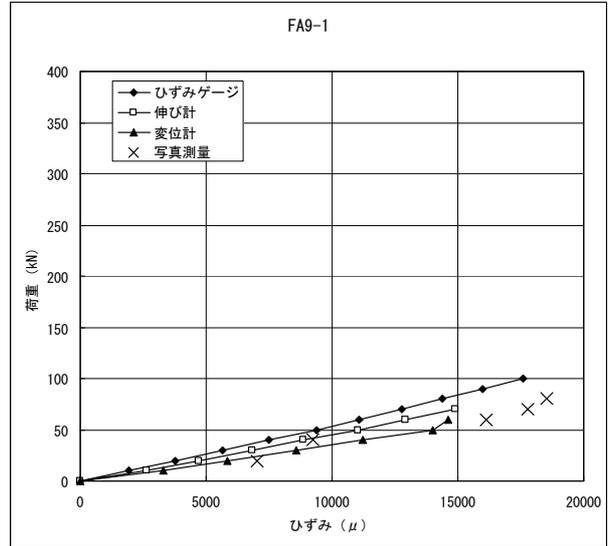


図-6 引張試験結果(その1)

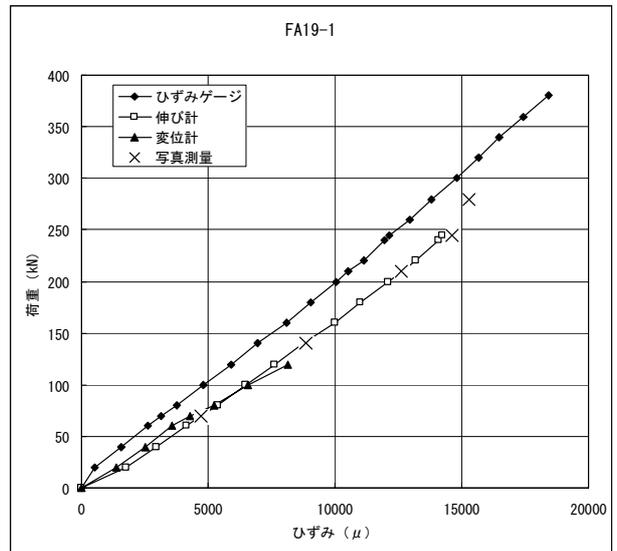


図-7 引張試験結果(その2)

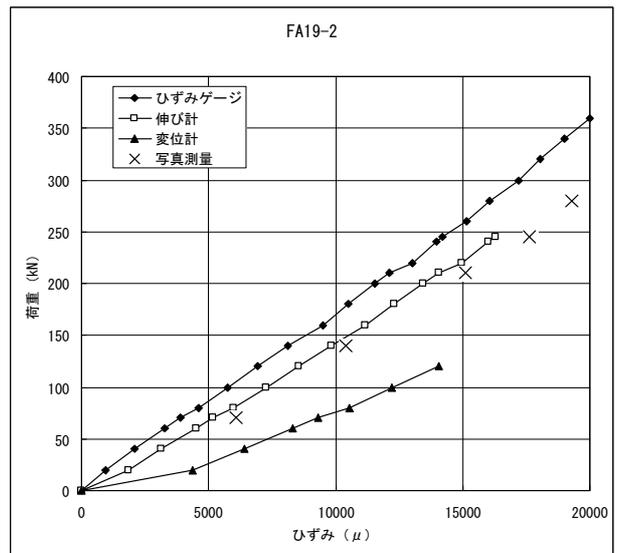


図-8 引張試験結果(その3)

図-6は公称直径9mmのロッドを用いた結果であり、図-7, 8は公称直径19mmのロッドを用いた結果で

ある。精密写真測量と伸び計の値が良く一致していることが分かる。また径の大小（接着面の多少）に係わらず、ターゲットが機能していることが分かった。

4. おわりに

今回の計測では、接触式計測器と精密写真測量による比較を行った。本方法には従来の方法に比べて次のような利点があると考えられる。

- ①多数の点が同時に計測できる：ターゲットを貼れば数百点が一度に測定できる。
- ②簡易である：現場での作業はターゲット貼り写真撮影だけであり、配線作業などは不要である。
- ③安価である：ハードウェアとしてはパソコンと市販のデジタルカメラ（一眼レフ型）があればよい。
- ④高精度である：数m規模の対象物で 0.1mm 程度の精度は安定して得ることができる。

また、それぞれの計測器・計測法の特徴が見えてきたように思われる。伸び計や変位計を使用する場合、破断前に計測器を外す必要があり、部分的なデータしか取得できない欠点がある。ひずみゲージの場合、ロッドのねじれによる影響がないのかといった課題がある。一方、精密写真測量においても、1台のカメラで撮影する場合は、撮影のために载荷をホールドする必要があり、ロッドのレラクゼーションに影響が懸念される。

しかし、まだデータ数が少なくどの計測法が適当であるかを判断することはできない。今後は、撮影に必要な時間の短縮を考える必要がある。例えば何台かのカメラで同時撮影するなど、状況に応じた測量方法について検討が必要である。また、画像解析の高速化・自動化を進め、適用範囲を広げていきたい。

最後に、貴重な実験の場を提供してくださったファイベックス株式会社の関係者の皆様に謝意を表します。

参考文献

- 1) 秋本圭一，宮内克之，服部進：デジタル画像計測法による変位計測，四国職業能力開発大学校紀要第14号（予定）