

慣性接続要素を利用した線形粘性ダンパーと支持部材を 直列結合した一層最適設計システムの振動特性

Vibration Characteristics of 1-Story Optimum Control System using Linear Viscous Damper with Inertial Mass Connected Parallel to a Linear Spring Element

中南 滋樹 SHIGEKI NAKAMINAMI

免制震エンジニアリングディビジョン 木田 英範 HIDENORI KIDA

齊藤ら¹⁾は、これまでに慣性接続要素と線形粘性要素との並列接続したダンパーと支持部材との直列結合からなる付加系において、与えられた付加質量に対して最適な減衰と最適な支持部材剛性が存在することが理論的に導かれており、システムの共振振動数に対する等価一質点系への置換法が提案されている。本論では、変位応答倍率と加速度応答倍率に対して最適設計された一層システムの振動実験を行い、この最適設計法と置換法の妥当性およびランダム加振時における最適設計システムの応答低減率について検証した。

キーワード：最適応答制御，パッシブ制御，慣性接続要素，線形粘性要素，直列バネ要素

The Previous study have already proposed the optimum response control method of the system using linear viscous element with inertial mass connected parallel to a linear spring element, and equivalent linearization to Kelvin system for the original system. In this paper, we discuss proprieties of the optimum design theory for magnification factor of displacement and acceleration. This paper is also validated the tuning factor of equivalent linearization to Kelvin system, and response damping ratio of the optimum control system subjected to random excitations.

Key Words: Optimum Response Control, Passive Control, Inertial Mass, Linear Viscous Element, Parallel to a Linear Spring Element

1. はじめに

粘性ダンパーを用いた制振建物の設計において、ブレースなどの支持部材（バネ要素）剛性は、層間変形をダンパーに効率良く伝えるようにするため、できる限り剛にするのが一般的である²⁾。しかしながら、図-1に示すように粘性要素（ダッシュポット）と並列に慣性接続要素（付加質量）が存在する場合、かならずしも支持部材の剛性を剛にすることが最適な応答制御になるとは限らない。ここで最適応答制御とは、系の共振曲線のピークを最小化する設計法¹⁾をいう（以後、この設計法を「最適設計法」、最適設計された系を「最適設計システム」と呼ぶ）。

齊藤ら¹⁾は、これまでに慣性接続要素と粘性要素との

並列接続したダンパー（以後、「粘性マスダンパー」と呼ぶ）と支持部材との直列結合から構成される付加系

（以後、「バネ付き粘性マスダンパー」と呼ぶ）において、与えられた付加質量に対して最適な減衰と最適な支持部材剛性が存在することを定点理論³⁾⁴⁾を用いて理論的に導いている。齊藤ら¹⁾の最適設計法には、主質量に直接作用する強制調和加振に対する動的応答倍率、系の基部に作用する調和外乱に対する変位応答倍率や加速度応答倍率に対して行う方法（以後、「動的最適設計」、「変位最適設計」、「加速度最適設計」と呼ぶ）がある。主架構と付加系の固有振動数を最適に調整することにより、ダッシュポットの変形は系の変形に対して何倍にも増幅され、結果として粘性要素の減衰効果を高めることが可能となる。また、最適設計法に必要なダンパー

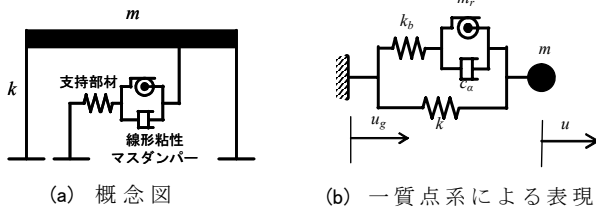


図-1 バネ付き線形粘性マスダンパーをもつ一層システム

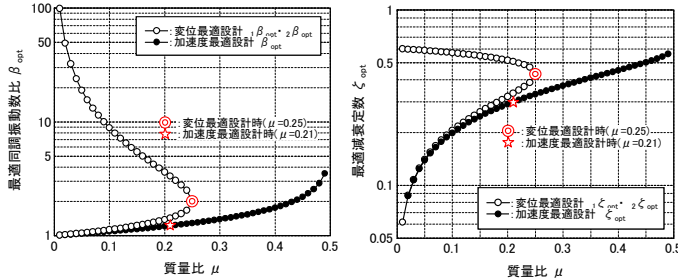


図-2 最適同調振動数比 図-3 最適減衰定数 (付加系)

の線形粘性係数や支持部材剛性は、慣性接続要素の質量と主系の質量との質量比で一義的に定まることを明らかにし、適切な質量比を選択することにより最適設計システムの支持部材剛性のみが剛の粘性マスダンパーよりも特に高振動数域において変位応答および加速度応答ともに良好な応答制御が可能となることを示している。さらに、加速度最適設計時の減衰機構の効果を表す手法として、共振振動数に対する等価一質点系への置換法を提案し、この手法を地震のようなランダム外乱に適用するための等価剛性と等価粘性係数の補正係数を示している。

本論文では、変位応答倍率と加速度応答倍率に対して最適設計された一層システムの振動実験において、最適設計法の理論値の妥当性を検証することを主目的とする。最適設計システムと最適設計システムの支持部材剛性のみを剛にした系との応答性状の比較を行い、特に高振動数域において良好な応答制御が可能となることを示す。また、先に提案した等価剛性と等価粘性係数の補正係数の妥当性を示すとともに、ランダム加振時における最適設計システムの応答低減率および本システムの解析モデルを用いた時刻歴応答解析による精度検証を行う。

2. システム概要

(1) 最適同調振動数比と最適減衰定数

最適応答制御に必要なダンパーの最適な線形粘性係数や最適な支持部材剛性は、付加質量と主架構の主質量との質量比を選択すると最適同調振動数比と最適減衰定数から決定される。ここで、最適同調振動数比とは、最適同調時のダンパーの固有振動数と制御対象系の固有振動数との比を、最適減衰定数とは最適同調条件を満たす減衰定数をいう²⁾。図-2に最適設計時の最適同調振動数比

表-1 主架構と付加系の特性値

最適設計条件	主質量	付加質量	質量比	最適同調振動数比	最適減衰定数	最適減衰係数	支持部材剛性
	m ton	mr ton	μ	β_{opt}	ζ_{opt}	C_{opt} kN·s/m	kb kN/m
変位	0.2	0.050	0.25	2.00	0.431	0.526	7.44
加速度	0.2	0.042	0.21	1.23	0.301	0.192	2.39

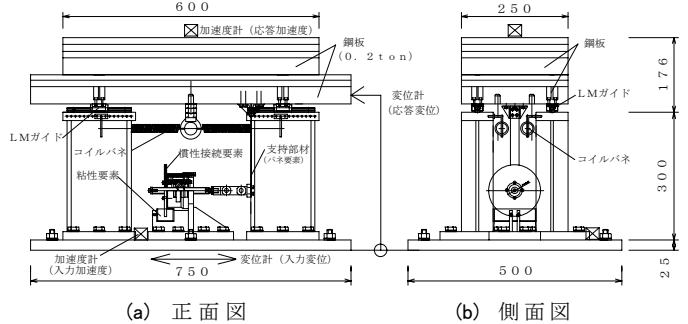


図-4 システム概要



写真-1 システム外観

と質量比との関係を、図-3に最適設計時の付加系の最適減衰定数と質量比との関係を示す。変位最適設計では2つの最適解が存在するが、図-3中の ${}_2\beta_{opt}$ のケースは、粘性係数とバネ剛性が著しく大きくなるケースとなるため、以後の検討では扱わない。理論上、質量比は変位最適設計で0.25まで、加速度最適設計で0.5までしか最適同調振動数比および最適減衰定数が得られない。

(2) 主架構と付加系の特性値の設定

本実験ではシステムの主質量を0.2ton、質量比を変位最適設計で0.25、加速度最適設計で0.21とし、表-1に示すように付加系の特性値を決定した。図-2、図-3には変位最適設計と加速度最適設計において設定した最適同調振動数比と最適減衰定数のプロットを併記した。以後、特に断らない限り変位最適設計とは質量比0.25、加速度最適設計とは質量比0.21時のことを示すものとする。

図-4および写真-1にシステムの概要を示す。システムは主架構、粘性マスダンパーおよび支持部材で構成されている。主架構は4本のH鋼 (H150×75×5.5×9.5) からなる柱の柱頭部にLMガイド (HSR12R1M+150LM) を介して鋼板 (0.2ton) を設置し、鋼板と柱頭側面部を4本の引張コイルばね (φ3.5) により接続した。主架構の固

表-2 粘性マスダンパーの諸元

構成部材	記号	単位	数値	
			変位最適設計	加速度最適設計
ボールねじ	軸径	DB	15	
	リード	Ld	30	
回転体(錘)	外径	Do	122	
	内径	Di	28	
	厚さ	tr	10	8
	質量	m0	0.00079	0.00067
粘性体	粘度(25°C)	η 25	10000cStと30000cStとのブレンド	
	速度増幅率	S	62.5	
			5000cStと10000cStとのブレンド	0.042
				12.8

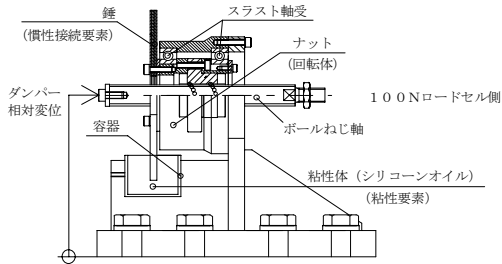


図-5 粘性マスダンパーの概要

有周期は1秒に設定した。システムの最大ストロークは $\pm 50\text{mm}$ である。板バネと粘性マスダンパーとの間にはロードセルを挿入した。

(3) 粘性マスダンパー概要^{5),6)}

表-2, 図-5に粘性マスダンパーの諸元を示す。粘性マスダンパーは、ボールねじ式による回転慣性を利用した装置である。ボールねじ(WTF1530-2+154LT), スラスト軸受(形番6909), 錘(慣性接続要素)および粘性体が充填された容器(粘性要素)から構成されている。

ボールねじは、水平運動を回転運動に変換する働きをもち、ナットに固定された錘は回転慣性力を生じる。このとき、水平変位に対する回転方向の変形比である速度増幅率は回転体外半径を D_o とすると式(1)で、質量増幅率 β は式(2)で表される。

$$S = \frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot D_o}{L_d} \quad (1)$$

$$\beta = \left(\frac{2\pi}{L_d} \right)^2 \cdot \frac{(D_o^2 + D_i^2)}{8} \quad (2)$$

この質量増幅率 β 倍の設定は、ボールねじのリード L_d , 回転体の内径 D_i , 外径 D_o を調整することにより容易にできる。本実験で用いた装置の速度増幅率は12.8倍、質量増幅率は62.5倍である。粘性要素は、錘の回転部分を粘性体が充填された容器に浸すことによりせん断抵抗型の粘性力として付加した。一般に粘性体は高粘度になるにつれ非線形性が強くなる。ここでは線形要素を対象としているため、図-6(摩擦要素 5N程度)に示すような線形性をもつ低粘度シリコンオイルを用い、粘性係数

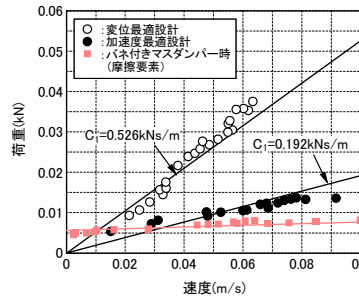


図-6 粘性要素の線形性

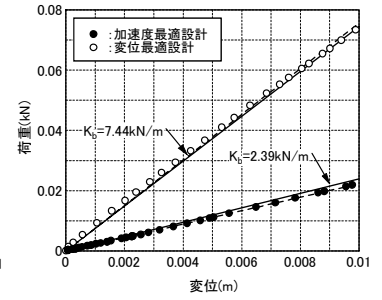


図-7 支持部材要素の線形性

表-3 実験ケース

実験ケース	質量比 μ	付加系	各要素		
			慣性要素	粘性要素	支持部材
フレームのみ	—	なし	—	—	—
変位最適設計システム	0.25	バネ付き粘性マスダンパー	○	○	○
		バネ付きマスダンパー	○	—	○
		粘性マスダンパー	○	○	剛性 ∞
加速度最適設計システム	0.21	バネ付き粘性マスダンパー	○	○	○
		バネ付きマスダンパー	○	—	○
		粘性マスダンパー	○	○	剛性 ∞

を変位最適設計で 0.526kNs/m , 加速度最適設計で 0.129kNs/m となるように調整した。粘性要素の粘性力 Q_v は、式(3)⁶⁾で表される。ここで、 S は速度増幅率を、 $\eta(V_s, t)$ は粘度、 V_s はせん断歪速度、 A はせん断面積を表す。

$$Q_v = S \cdot \eta(V_s, t) \cdot V_s \cdot A \quad (3)$$

また、回転方向で慣性力 Q_i と粘性力 Q_v を生じる本装置は、水平方向の再変換過程において発生した力がねじ部とスラスト軸受に作用することにより反力に応じた摩擦力を生じる。この摩擦力 λ は、ねじ面での力の釣り合いにより導かれ、逆効率または正効率の条件下で増加または減少する。また、回転部では装置のシール材や軸受の摩擦力 Q_f が存在している。結局、本装置の全抵抗 P_n は、粘性要素の繰り返し依存性 α を考慮すると式(4)⁶⁾で表される。

$$P_n = \lambda \cdot (\alpha \cdot Q_v + Q_i + Q_f) \quad (4)$$

(4) 支持部材(バネ要素)概要

支持部材は変位最適設計で 7.44kN/m , 加速度最適設計で 2.39kN/m の剛性をもつ板バネとした。板ばねの幅 w と厚さ t は、変位最適設計で $w=24\text{mm}$, $t=2\text{mm} \times 2$ 枚, 加速度最適設計で $w=20\text{mm}$, $t=2.3\text{mm}$ である。板バネの剛性は実際の固定条件において計測した。図-7に示すように最小二乗法による実験値の剛性は、変位最適設計用で 7.55kN/m , 加速度最適設計用で 2.23kN/m であり必要な剛性をほぼ満たしていた。支持部材剛性が剛の条件では、厚さ 30mm の鋼材を使用した。

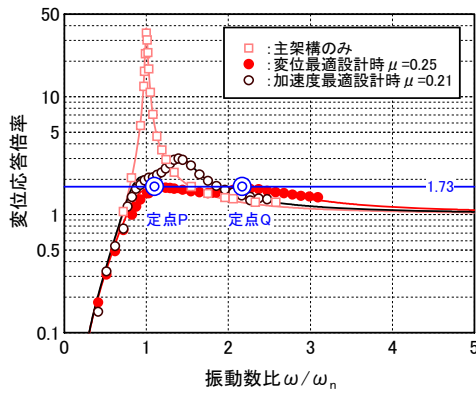


図-8 変位応答倍率の理論値と実験値の比較

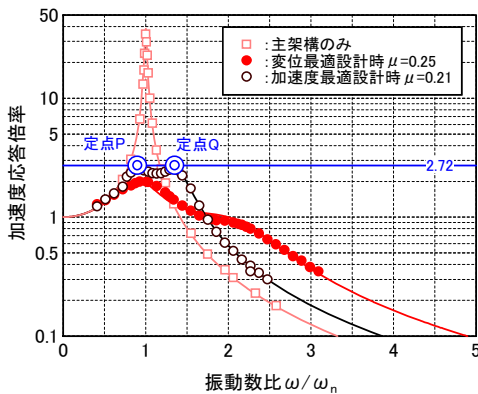


図-9 加速度応答倍率の理論値と実験値の比較

3. 実験概要

実験はシステムを振動台に設置し、変位制御により振動台を水平加振して行った。表-3に実験ケースを示す。実験は主架構のみ、変位最適設計、加速度最適設計の3ケースとし、それぞれのケースに対して調和加振実験とランダム加振実験を行った。各ケースにおいて粘性要素を考慮しないバネ付きマスダンパーをもつ系と支持部材剛性のみを剛とした系の実験を行い最適システムとの応答比較を行った。

調和加振における加振振動数は0.5Hz～3Hzの範囲とし、刻み周波数は最小1/100Hzとした。収録時間は応答波形が定常状態になるまでとし、サンプリング周波数は200Hzとした。入力振幅は主架構の摩擦減衰を同一条件とするため、応答振幅が30mm程度になるように調整した。同様にダンパー設置時にはダンパー変位が5～10mm程度になるようにした。ランダム加振の入力波形には、BCJ-L2とEl Centro-NS波、Taft-EW波、八戸-NS波、JMA神戸-NS波の4つの実地震波を用いた。

計測点を図-4、図-5に示す。計測項目は、振動台の水平変位および加速度、主架構の応答変位および応答加速度、ダンパーの相対変位、付加系の荷重とした。付加系の荷重は、板ばねとダンパーとの間に100Nロードセル挿入して計測した。

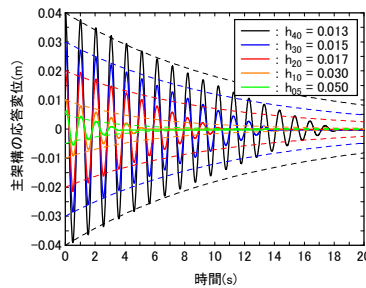


図-10 主架構の自由振動応答

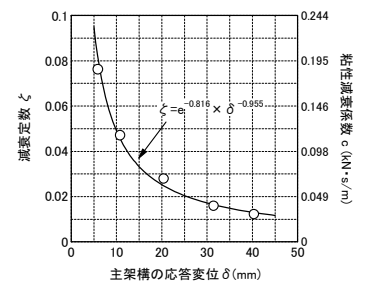


図-11 減衰の振幅依存性

4. 調和加振における応答性状

(1) 最適設計時の一層システムの共振曲線

図-8、図-9に最適設計システムの変位応答倍率、加速度応答倍率の理論値¹⁾と実験値の比較を、主架構の場合と併せて示す。横軸は、加振振動数を主架構の共振振動数で無次元化した値である。主架構の共振振動数は0.97Hz、減衰定数は1.5%程度、応答倍率は34.5倍であった。実験のプロット値は、加振開始後の定常状態における入力変位に対する応答変位の比と入力加速度に対する応答加速度変位の比を、数十秒間の平均値で示した値である。なお、入力加速度はフィルター処理(ローパス10Hzと移動平均)を行った。

最適設計における応答倍率では、減衰係数の値のいかんにかかわらず応答倍率が等しい2つの定点³⁾⁴⁾P、Qが存在する。理論値における定点の変位応答倍率は1.73倍、加速度応答倍率は2.72であり、実験値と理論値はおおむね一致している。共振時(振動数比1)における変位最適設計時の変位応答倍率は1.53倍、加速度最適設計時の加速度応答倍率は2.32倍であり、最適設計システムは主架構の共振曲線のピークを1/23、1/15に低減している。低振動数域や高振動数域で理論値と若干異なる値を示しているケースがあるが、実験値と理論値は広い振動数範囲にわたって良い整合性が得られている。

図-10に主架構の応答変位5～40mm時の自由振動波形を示す。図-11に対数減衰率から求めた減衰定数と主架構の応答変位との関係を示す。図に示すように、主架構の減衰定数は応答変位によって異なっている。これにより、主架構(LMガイド)の減衰は振幅依存性をもっているのがわかる。本論ではこの点に注意して実験の考察を行う。摩擦の影響を加味した粘性係数などの周波数毎の特性については次節以降で考察する。

(2) バネ付きマスダンパーをもつ系と最適設計システムの支持部材剛性のみを剛とした系との応答比較

図-12に変位最適設計システムの変位応答倍率、加速度最適システムの加速度応答倍率およびそれらの位相角

の理論値¹⁾と実験値の比較を、バネ付きマスダンパーをもつ系(摩擦減衰を等価粘性減衰係数に換算すると変位最適設計で0.17kNs/m, 加速度最適設計で0.12kNs/m)と支持部材剛性を剛とした系の応答結果と併せて示す。

最適設計システムの応答は、主架構の共振点付近で支持部材剛性を剛とした系より応答低減効果が高いが、振動数比1~4付近の範囲では応答低減効果が低い。加速度応答倍率における振動数比3.5以上の高振動数域では、最適設計システムは漸減しているのに対して、支持部材剛性を剛とした系では漸増している。このことは支持部材剛性を剛とした系の位相角が高振動数になるに従って0に近づくことでもわかる。

バネ付きマスダンパーをもつ系と最適設計の共振曲線を比較すると、変位最適設計では2山の応答倍率は最適設計時より高く、加速度最適設計は似通った形となっている。これは粘性係数を最適な値に調整していないことによるが、1.5Hz付近の応答をみると最適設計より良くなっており、直列バネの効果のみでもある特定の周波数の応答を低減することが可能なことがわかる。

支持部材剛性を剛とした系の共振時の応答倍率は理論値と比較して低めの値となっている。これは支持部材の固定度が十分に得られていないためであり、振動数比3付近にもう一つのピークがあることから実際の剛性は20kN/m程度と考えられる。最適設計の理論値は、粘性係数の小さいケースや支持部材剛性が剛なケースにおいても適用可能であり、さまざまな粘性係数に対して実験値と良い整合性が得られることがわかった。

(3) 付加系の等価剛性と等価粘性係数

最適設計された付加系の等価剛性と等価粘性係数の理論値¹⁾と実験値の比較を図-13, 図-14に示す。等価剛性は付加系の変位と荷重の関係から、粘性係数は系の剛性を差し引いた付加系の速度と荷重の関係から最小二乗法で求めた。最適設計された付加系の等価剛性は、理論値と非常によく一致している。等価粘性係数は、低周波数領域で大きめの値となっている。これは応答振幅が小さいことによるLMガイドの摩擦の影響と考えられる。

最適設計された付加系の等価剛性は、最適同調振動数比よりやや低い領域を境に振動数比が小さくなるに従い0に、高振動数側では支持部材剛性に収束している。等価粘性係数は最適同調振動数比よりやや低い領域で最大値をとり振動数比が大きくなるに従い0に、振動数比が小さくなるに従いダッシュポットの粘性係数に収束している。バネ付きマスダンパーをもつ付加系の等価剛性は、最適同調振動数比付近を境に負勾配から正勾配に変化している。等価粘性係数は最適同調振動数比付近でピーク

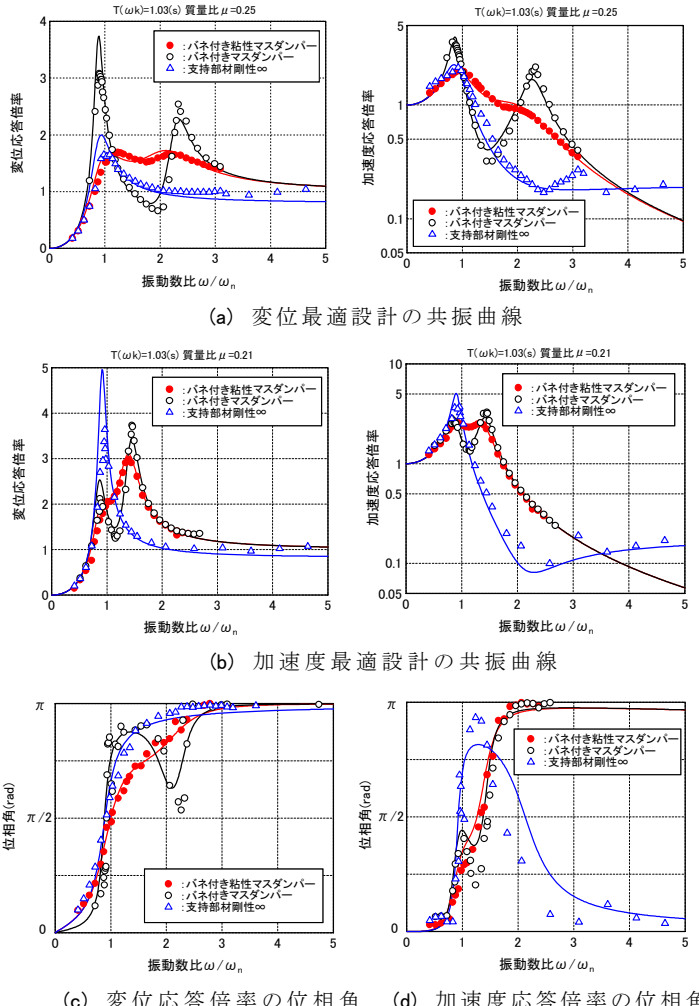


図-12 最適設計システムと他の系の共振曲線と位相角の比較

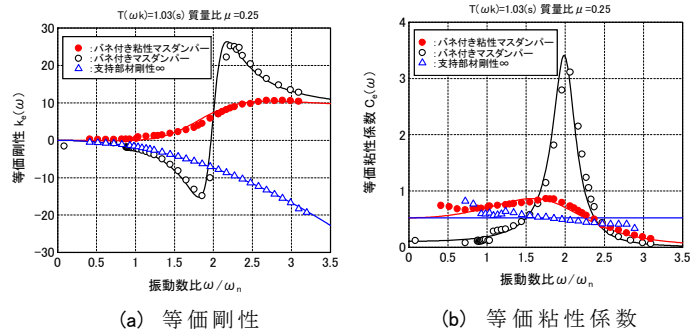


図-13 変位最適設計された付加系の等価剛性と粘性係数

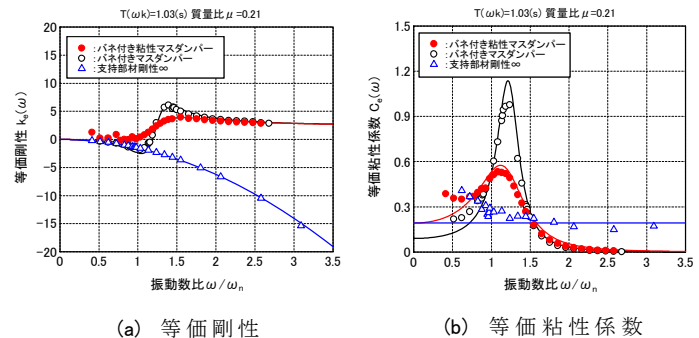


図-14 加速度最適設計された付加系の等価剛性と等価粘性係数

となっている。減衰が0に近づくほど等価剛性の反極点や等価粘性係数のピーク値は、最適同調振動数比に近づくことがわかる。一方、支持部材剛性を剛にした付加系の等価剛性は常に負勾配となり、等価粘性係数は常に一定となる。

(4) システムの固有円振動数と減衰定数

最適設計システムの固有円振動数と減衰定数の理論値¹⁾と実験値の比較を図-15, 図-16に示す。実験値は低振動数域, 高振動数域でばらつきが見られるが, 実験値は理論値の傾向をおおむね捉えている。最適設計システムの固有円振動数は, 最適同調振動数比付近を境に振動数比が小さくなる従い主架構の固有振動数に近づいている。減衰定数は最適同調振動数比付近で最大値をとっている。

(5) システム変形に対するダンパー変形比

図-17にシステムの変形に対するダンパーの変形比の理論値¹⁾と実験値の比較を示す。支持部材剛性を剛にした場合は, ダンパーとシステムの変形量が等しくなっているのに対して, バネ付きの場合は最適同調振動数比付近をピークに変形比が大きくなっており, 同調作用によるダッシュポットの減衰効果の増大がみてとれる。変形比は変位最適設計で1.22倍, 加速度最適設計で1.63倍であった。

5. ランダム加振における応答性状

(1) ランダム加振時の最適設計システムの共振曲線

図-18にBCJ-L2と4つの実地震波における変位最適設計時の変位応答倍率, 加速度最適設計時の加速度応答倍率を示す。応答倍率は入力変位または入力加速度に対する応答変位または応答加速度のフーリエ振幅スペクトル比(バンド幅0.1Hz)である。図中には調和加振時の変位応答倍率, 加速度応答倍率の理論値を併記した。変位応答倍率はJMA神戸波でばらつきはみられるが, 調和加振時と同等の応答性状を示している。加速度応答倍率は振動数比3以上で調和加振時より高い応答倍率となっている。

(2) ランダム加振の付加系の等価剛性と等価粘性係数

加速度最適設計システムでTaft波におけるダンパー力と速度との関係との関係を図-19に, システムのベースシアとフレーム変位との関係を図-20に示す。この履歴曲線から最小二乗法で求めた⁷⁾等価な粘性係数 $C_e(LS)$, 等価な剛性 $k'(LS)$ を共振時のkelvinモデルにおける等価粘

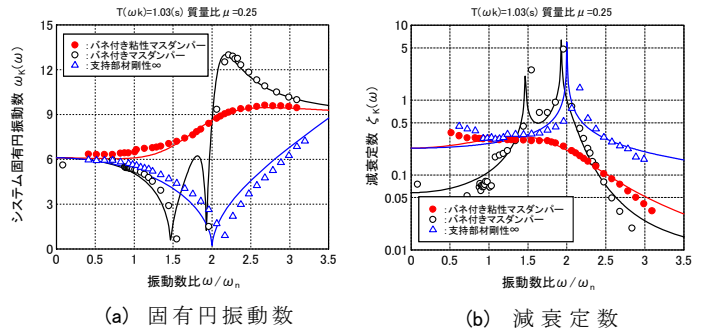


図-15 変位最適設計された系の固有円振動数と減衰定数

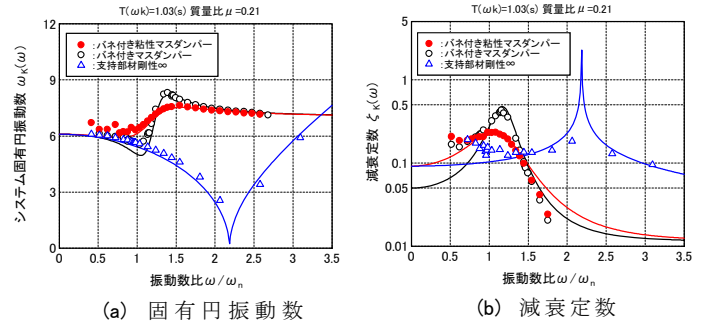


図-16 加速度最適設計された系の固有円振動数と減衰定数

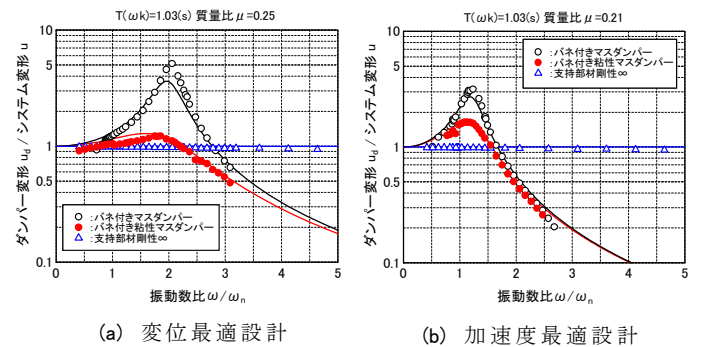


図-17 システム変形に対するダンパー変形比

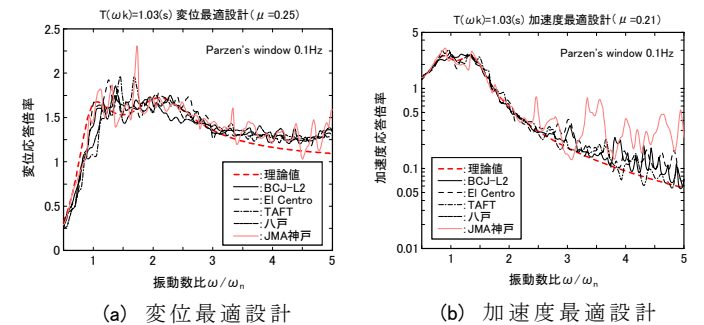


図-18 ランダム加振時の最適設計システムの共振曲線

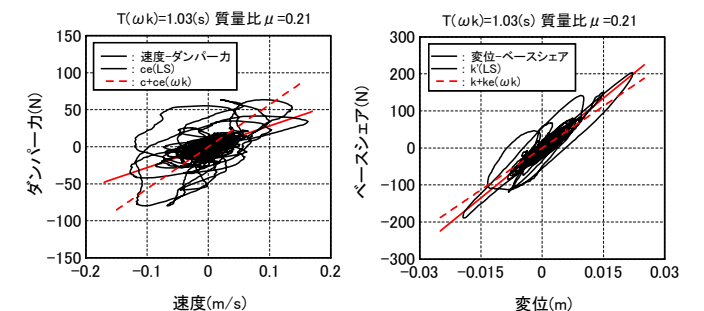


図-19 ダンパー力と速度の関係

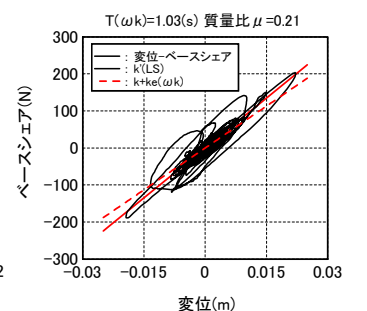


図-20 ベースシアと変位の関係

表-4 履歴曲線から求めた系の等価粘性係数と等価剛性

最適設計条件	入力波形名	成分	入力振幅 mm	共振時の等価Kelvinモデルにおける		実験の履歴曲線から求めたシステムの		c+Ce(LS) /(c+Ce(ωk))	k'(LS) /(k+ke(ωk))
				等価粘性係数	等価剛性	等価粘性係数	等価剛性		
				c+Ce(ωk)	k+ke(ωk)	c+Ce(LS)	k'(LS)		
加速度 応答倍率 (μ=0.21)	El Centro波	NS	17	0.5684	7.53	0.341	8.680	0.600	1.153
	Taft波	EW	29			0.311	8.904	0.547	1.182
	八戸波	NS	21			0.319	9.305	0.561	1.236
	JMA神戸波	NS	18			0.358	8.315	0.630	1.104
	BCJ-L2波	-	40			0.339	9.043	0.596	1.201
	平均値					0.334	8.849	0.587	1.175
変位 応答倍率 (μ=0.25)	El Centro波	NS	15	0.7380	7.42	0.687	9.303	0.931	1.254
	Taft波	EW	15			0.635	10.55	0.861	1.422
	八戸波	NS	17			0.800	9.433	1.083	1.271
	JMA神戸波	NS	9			0.739	9.246	1.002	1.246
	BCJ-L2波	-	33			0.684	9.485	0.926	1.278
	平均値					0.709	9.603	0.961	1.294

備考: LS(Least Square Method), ωk=6.09(rad/s), c=0.0355(kN·s/m), k=7.44(kN/m)

性係数 $C_e(\omega_k)$, 等価剛性 $k+k_e(\omega_k)$ と併せて示す。

表-4に他の波形に対しても同様にして求めたシステムに対する等価粘性係数と等価剛性をまとめて示す。主架構の等価粘性係数は $c=0.0355\text{kN/m}$ (摩擦減衰を等価粘性係数に換算), 等価剛性 $k=7.44\text{kN/m}$ とした。加速度最適設計における5波の平均値は, 共振時の等価粘性係数と比較して0.587, 共振時の等価剛性と比較して1.175であった。文献1)では, 加速度最適設計における等価粘性係数は, 共振時の粘性係数と比較して30~40%程度小さな値に, 等価剛性は共振時の等価剛性と比較して10%程度大きな値になると示しており, 本実験の値は文献2)で提案している補正係数とおおむね一致する結果となった。なお, 変位最適設計における補正係数は, 等価粘性係数で10~15%程度小さな値に, 等価剛性は25~40%程度大きな値であった。

(3) ランダム加振時のシステム変形とダンパー変形比

図-21にランダム加振時のシステム変形とダンパー変形の変位フーリエ振幅スペクトル比を, 5波の平均値として示す。図中には調和振動時における理論値¹⁾を併記している。変位最適設計では, 調和加振時にみられた最適同調振動数比付近におけるダンパー変形の増大が明確にみられない。加速度最適設計では, 最適同調振動数比付近においては理論値の傾向をおおむね捉えているといえるが, 振動数比2以上では変形比が理論値より大きくなるケースがみられた。

6. 時刻歴応答解析による解析モデルの精度検証

式(4)に示す本装置の解析モデル⁶⁾の妥当性を検証するため, ランダム加振において応答の再現を試みた。入力波は前述のBCJ-L2と4つの実地震波とした。主架構の1次固有周期は1.03秒とし, 構造減衰は, システムの変位を考慮して変位最適設計で3.5%, 加速度最適設計で5%とした。以下に, 本装置の解析モデルの一般的表現および本装置を組み込んだ振動方程式を導く。

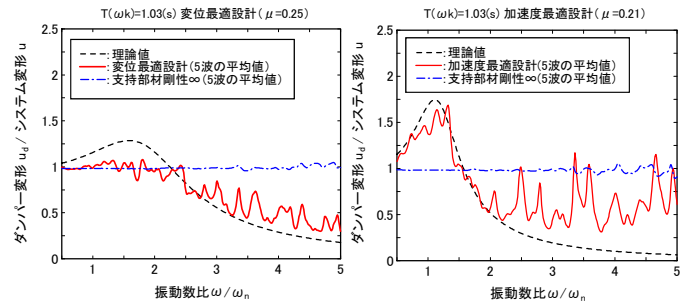


図-21 ランダム加振時のシステム変形に対するダンパー変形比

(1) 粘性マスダンパー抵抗力の一般的表現

軸速度および軸加速度による表現は式(4)に式(3)を代入し, 式(2)を考慮すると式(5)を得る。

$$P_n = C_v(\dot{x}_n) \cdot \dot{x}_n + M_i \cdot \ddot{x}_n + \lambda \cdot Q_f \tag{5}$$

(ただし, $\lambda \cdot Q_f$ は \dot{x}_n と同符号)

ここに,

$$C_v(\dot{x}_n) = \frac{\lambda \cdot \alpha \cdot S^2 \cdot \eta_t \times 10^{-9}}{d_y + b \cdot d_y \left(\frac{S}{d_y} \times 10 \right)^\beta \cdot |\dot{x}_n|^\beta} \tag{6}$$

$$M_i = \lambda \cdot I \cdot \left(\frac{2\pi}{L_d} \right)^2 \times 10^2$$

ここで, 式(5)の右辺第3項の $\lambda \cdot Q_f$ は, 静止摩擦力による抵抗力であり, 解析上は剛塑性特性で扱うべきであるが, ここでは十分に小さな速度 ε を与え, 軸速度の絶対値 $|\dot{x}_n|$ が $|\dot{x}_n| \geq \varepsilon$ のときの抵抗力を $\lambda \cdot Q_f$ とし, $|\dot{x}_n| < \varepsilon$ のときの抵抗力を $|\lambda \cdot Q_f| \times \dot{x}_n / \varepsilon$ とする(すなわち, 極めて剛塑性に近いBi-Linear型の力-速度関係とする)。前者の場合, $\lambda \cdot Q_f$ は軸速度 \dot{x}_n と同符号である。このように扱うと $\lambda \cdot Q_f$ は軸速度の絶対値 $|\dot{x}_n|$ に依存する係数 C_f と軸速度の \dot{x}_n 積で表せる(係数 C_f はBi-Linear型の力-速度関係の軸速度 \dot{x}_n における割線)。したがって, 式(5)は式(7)で表される。

$$P_n = \{C_v(\dot{x}_n) + C_f(\dot{x}_n)\} \cdot \dot{x}_n + M_i \cdot \ddot{x}_n \tag{7}$$

式(7)の右辺中の $C_v(\dot{x}_n) + C_f(\dot{x}_n)$ は, 軸速度 \dot{x}_n における等価減衰係数であり, M_i は等価質量である。等価質量 M_i は軸加速度 \ddot{x}_n によらず一定である。軸速度増分および軸加速度増分による表現にするため, 式(6)を式(8)のように変数の表現を簡略化する。

$$C_v = \frac{s}{p + q \cdot |\dot{x}_n|^r} \tag{8}$$

ここで, $s = \lambda \cdot \alpha \cdot S^2 \cdot \eta_t \cdot A \times 10^{-9}$, $p = d_y$, $r = \beta$,

$$q = d_y + b \cdot d_y \left(\frac{S}{d_y} \times 10 \right)^\beta$$

$\alpha \cdot Q_v = C_v(\dot{x}_n) \cdot \dot{x}_n$ の導関数 $(\alpha \cdot Q_v)' = (C_v(\dot{x}_n) \cdot \dot{x}_n)'$ は, 粘性力-速度関係における軸速度 \dot{x}_n での接線勾配、すなわち粘性力に関する接線減衰係数である。粘性力に関する接線減衰係数 $C_v(\dot{x}_n)$ は式(9)となる。

$$C_{vr}(\dot{x}_n) = \frac{s(p+q \cdot |\dot{x}_n|^r) - s \cdot q \cdot r \cdot |\dot{x}_n|^r}{(p+q \cdot |\dot{x}_n|^r)^2} \quad (9)$$

一方、静止摩擦力に関する接線減衰係数を $C_{fi}(\dot{x}_n)$ で表すと、軸速度の絶対値 $|\dot{x}_n|$ が $|\dot{x}_n| \geq \varepsilon$ のときは $C_{fi}(\dot{x}_n) = 0$ 、 $|\dot{x}_n| < \varepsilon$ のときは $C_{fi}(\dot{x}_n) = |\lambda \cdot Q_f| / \varepsilon$ となる。また、慣性力に関する接線質量は常に等価質量 M_i である。接線減衰係数および接線質量 (等価質量) を用いると、粘性マスダンパーの軸方向に関する抵抗力の増分 ΔP_n は式(10)で表せる。

$$\Delta P_n = \{C_{vr}(\dot{x}_n) + C_{fi}(\dot{x}_n)\} \cdot \Delta \dot{x}_n + M_i \cdot \Delta \ddot{x}_n \quad (10)$$

ここで、 ΔP_n は粘性マスダンパーの軸方向に関する抵抗力の増分を $\Delta \dot{x}_n \Delta \ddot{x}_n$ はそれぞれ軸速度増分、軸加速度増分を表す。

式(10)を軸速度増分による表現に表すと式(11)で表せる。

$$\Delta P_n = C_t \cdot \Delta \dot{x}_n + M_i \cdot \Delta \ddot{x}_n \quad (11)$$

$$\text{ここに、} C_t = C_{vr}(\dot{x}_n) + C_{fi}(\dot{x}_n) \quad (12)$$

ここで、平均加速度法により軸加速度増分 $\Delta \ddot{x}_n$ を軸速度増分 $\Delta \dot{x}_n$ で表すと式(13)となる。

$$\Delta \ddot{x}_n = \frac{2}{\Delta t} \Delta \dot{x}_n - 2\ddot{x}_{n0} \quad (13)$$

ここで、 Δt はステップ間の時間間隔を、 \ddot{x}_{n0} は前ステップの軸加速度を表す。式(11)、式(13)より式(14)を得る。

$$\Delta P_n = C_n \cdot \Delta \dot{x}_n - 2M_n \cdot \ddot{x}_{n0} \quad (14)$$

$$\text{ここに、} C_n = C_t + \frac{2}{\Delta t} M_i, \quad M_n = M_i$$

式(14)がプログラムが扱う粘性マスダンパーの軸方向の抵抗力増分 ΔP_n を表現した式である。

(2) 軸速度および支持部材剛性および設置角度の考慮

支持部材 (バネ剛性を K_{Bn} で表す) と設置角度を考慮するために、あらためて記号を定義する。粘性マスダンパーの部材軸方向に関する変位 x_n は、支持部材剛性の軸変位 ${}_B x_n$ とダンパー部の軸変位 ${}_D x_n$ の和となる (これまで用いてきた粘性マスダンパーの軸変位 ${}_D x_n$ はこれ以降 ${}_B x_n$ で表す)。式(14)を書き換えると式(15)となる。

$$\Delta P_n = C_n \cdot \Delta {}_D \dot{x}_n - 2M_n \cdot {}_D \ddot{x}_{n0} \quad (15)$$

一方、粘性マスダンパーの軸方向の抵抗力増分 ΔP_n を支持部材剛性部で表すと式(16)となる。

$$\Delta P_n = K_{Bn} \cdot \Delta {}_B x_n \quad (16)$$

式(15)を変形し、式(16)を考慮すると式(17)を得る。

$$\Delta P_n = \frac{C_n}{\kappa} \cdot \Delta \dot{x}_n + \frac{2C_n}{\kappa} \cdot {}_B \dot{x}_{n0} - \frac{2M_n}{\kappa} \cdot {}_D \ddot{x}_{n0} \quad (17)$$

$$\text{ここに、} \kappa = 1 + \frac{2}{\Delta t} \frac{C_n}{K_{Bn}}$$

(ただし、支持部材 ∞ のときは 1)

また、支持剛性部の軸速度 ${}_B \dot{x}_{n0}$ およびダンパー部の軸加速度 ${}_D \ddot{x}_{n0}$ は、平均加速度法を用いれば支持部材剛性部の軸変位増分 $\Delta {}_B x_n (= \Delta P_n / K_{Bn})$ と前ステップの結果より次式で求まる。

$$\begin{aligned} {}_B x_n &= \frac{2}{\Delta t} \Delta {}_B x_n - {}_B \dot{x}_{n0} \\ {}_D \ddot{x}_n &= \dot{x}_n - {}_B \dot{x}_n = \ddot{x}_n - \left(\frac{4}{\Delta t^2} \Delta {}_B x_n - \frac{4}{\Delta t} \cdot {}_B \dot{x}_n - {}_B \ddot{x}_{n0} \right) \end{aligned}$$

式(17)が支持部材剛性を考慮した粘性マスダンパーの軸方向の抵抗力増分 ΔP_n を表している。

設置角度の考慮する場合、水平方向に関する変位 x および P と水平方向に対し角度 θ だけ回転した部材軸方向の変位 x_n および力 P_n の関係は式(18)となる。

$$x_n = x \cdot \cos \theta, \quad P = P_n \cdot \cos \theta \quad (18)$$

したがって、式(17)、式(18)より水平方向に関する粘性マスダンパーの抵抗力増分 ΔP は式(19)となる。

$$\Delta P = \tilde{C} \cdot \Delta \dot{x}_n + {}_{GMD} \tilde{P}_0 \quad (19)$$

$$\text{ここに、} \tilde{C} = \cos^2 \theta \cdot \frac{C_n}{\kappa},$$

$${}_{GMD} \tilde{P}_0 = \cos^2 \theta \cdot \frac{2C_n}{\kappa} \cdot {}_B \dot{x}_0 - \cos^2 \theta \cdot \frac{2M_n}{\kappa} \cdot {}_D \ddot{x}_0$$

ここで、 ${}_B \dot{x}_0$ は前ステップの水平方向に関する支持剛性部の速度を ${}_D \dot{x}_n$ は前ステップの水平方向に関するダンパー部の加速度 ${}_D \ddot{x}_0$ を表す。式(19)の右辺中の C_n はダンパー部の軸速度 ${}_D \dot{x}_n$ に依存するが、この ${}_D \dot{x}_n$ もまた $\dot{x}_n = \dot{x} \cdot \cos \theta$ をもとに評価する。

(3) ベクトルによる表現

式(19)は1層当たりの粘性マスダンパーについて定式化したものである。多層に対して適用できるように式(19)をベクトルの形で表現すると式(20)となる。

$$\{\Delta F\} = \{\tilde{C}\} \{\Delta \dot{x}\} + {}_{GMD} \{\tilde{F}_0\} \quad (20)$$

ここで、記号 F は質点力を表す (これまでの記号 P は要素力であったので区別する)。また、マトリクス $|\tilde{C}|$ は係数 \tilde{c} についてせん断マトリクス (3重対角型) の作成方法に準じ作成したものである。

(4) 振動方程式

主架構のみの多質点モデルの振動方程式は式(21)である。

$$|M| \{\Delta \dot{x}\} + |C| \{\Delta \dot{x}\} + |K| \{\Delta x\} + \{F_0\} = -|M| \{\Delta \dot{x}\} \quad (21)$$

ここに、 $|M|$ は質量マトリクスを、 $|C|$ は減衰係数マトリクスを、 $|K|$ は剛性マトリクスを、 $\{\Delta x\}$ は変位増分ベクトルを、 $\{F_0\}$ を前ステップでの主架構の力ベクトルを、 $\{\}$ を地動変位ベクトルを表す。式(20)、式(21)より、粘性マスダンパーを考慮した振動方程式は式(22)となる。

$$|M| \{\Delta \dot{x}\} + \left(|C| + |\tilde{C}| \right) \{\Delta \dot{x}\} + |K| \{\Delta x\} + {}_{all} \{F_0\} = -|M| \{\Delta \dot{x}\} \quad (22)$$

ここに、 ${}_{all} \{F_0\} = \{F_0\} + {}_{GMD} \{F_0\} + {}_{GMD} \{\tilde{F}_0\}$ 、 ${}_{GMD} \{F_0\}$ は前ステップでの粘性マスダンパーの力ベクトルを表す。

表-5 解析モデルの設計パラメータ

構成要素	設計パラメータ	記号	単位	数値	
				変位最適設計	加速度最適設計
慣性接続要素	ボールねじ軸直径	DB	mm	15	
	リード長	Ld	mm	30	
	スラスト軸受外直径	DSB	mm	56.5	
	回転体(錘)外直径	Do	mm	103	103
	回転体(錘)内直径	Di	mm	28	
粘性要素	回転体の質量	mr	tonf	0.00067	0.00079
	有効長さ	Le	mm	10	
	せん断除間	dy	mm	15	
	25℃時の粘性体粘度	η_{25}	cSt	3500	16000
	繰り返し依存係数	α	-	1	
	繰り返し依存係数算定のための加振振動数	f	Hz	1.03	
摩擦要素	設計温度(℃)	T	℃	20	
	ねじ部の摩擦係数	μ_B	-	0.005	0.005
	スラスト軸受の摩擦係数	μ_{SB}	-	0.0078	0.0078
	単位長さ当りの摩擦力(kN)	Qsi	kN	0.0000008	0.0000008

式(22)がプログラムが扱う粘性マスダンパーを考慮した振動方程式である。式(22)よりNewmarkの β 法($\beta=0.25$)を用いて逐次の速度増分 Δv を求め、本装置の抵抗抗力を再評価しながら計算を行う。

表-5に解析に用いた粘性マスダンパーの設計パラメータを示す。図-22に代表的な例として、変位最適設計における八戸波入力の解析値と実験値の比較を示す。さまざまな周期成分を含む地震波でも履歴曲線、時刻歴応答ともに十分な精度であることがわかる。他の波形に対しても同様の結果であった。

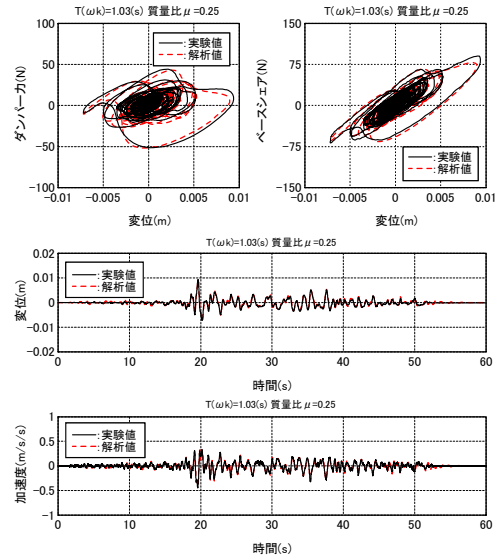


図-22 解析値と実験値との比較(八戸NS波)

7. ランダム加振時の最適システムの応答低減率

(1) 変位応答倍率と加速度応答倍率

図-23に主架構のみと最適設計システムの代表的な応答波形の比較を示す。表-6にBCJ-L2と4つの実地震波における最適設計システムの最大応答値と応答低減率を、主架構のみの結果と併せて示す。変位最適設計におけるTaft波入力で最適設計システムの方が低い応答を示すケースがみられたが、5波の変位応答低減率と加速度応答倍率の平均値は、変位最適設計で0.406, 0.508, 加速度最適設計で0.473, 0.605であった。なお、加速度最適設計時のBCJ-L2波の変位低減率は0.381, 加速度低減率は0.465であった。

(2) 周波数領域で見た最適システムの応答低減率

図-24に、最適設計システムと支持部材剛性を剛とした系の応答低減率の比較を5波の平均値として示す。調和加振時と同様に変位応答低減率は、振動数比1~4付近の領域において、支持部材剛性を剛とした系の方が有利に作用しているが、それ以上の高振動数域になるに従い最適設計システムの方が良い応答性状を示している。特に、加速度応答低減率はその傾向が顕著であり、最適設計システムは高振動数域になるに従い低減率が0に収斂しているのに対して、支持部材剛性を剛とした系では著しく漸増しているのがわかる。

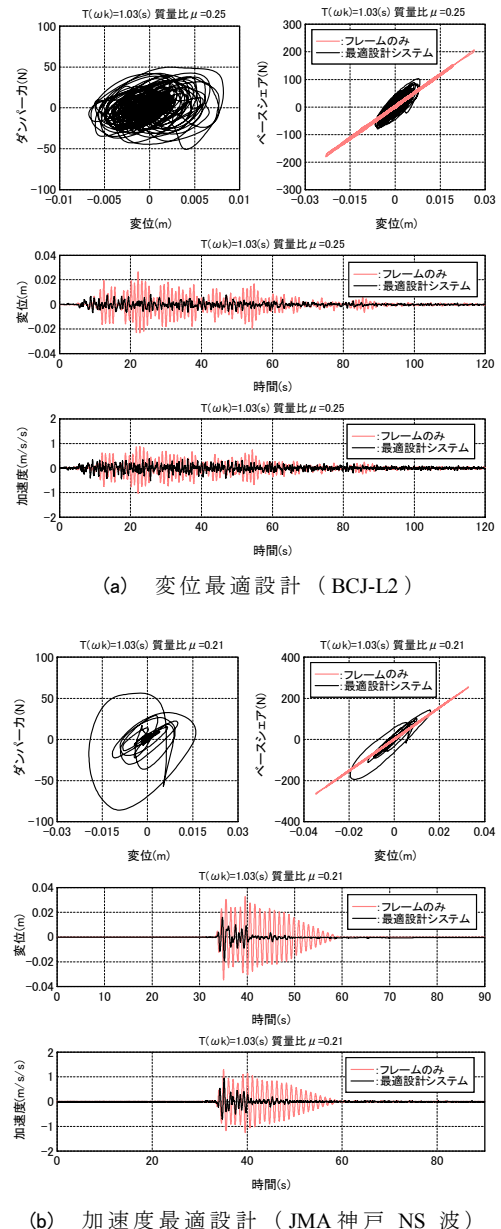


図-23 最適設計システムと主架構のみの応答波形比較

表-6 最大応答値と応答低減率

最適設計条件	質量比	ダンパー有無	入力波形名	成分	入力振幅	応答変位	変位低減率	応答加速度	加速度低減率
					mm	mm	—	cm/s/s	—
加速度 応答倍率	$\mu=0.21$	無し 有り	El Centro波	NS	17	34.98	0.378	133.6	0.498
						13.21		66.58	
		無し 有り	Taft波	EW	29	34.90	0.635	133.3	0.750
						22.15		100.0	
		無し 有り	八戸波	NS	21	43.60	0.414	239.6	0.348
						18.03		83.40	
		無し 有り	JMA神戸波	NS	16	34.75	0.559	130.4	0.730
						19.44		95.14	
		無し 有り	BCJ-L2波	—	40	34.36	0.381	131.2	0.465
						13.08		61.06	
平均値					0.473	平均値	0.558		
変位 応答倍率	$\mu=0.25$	無し 有り	El Centro波	NS	15	29.65	0.272	114.30	0.445
						8.05		50.89	
		無し 有り	Taft波	EW	15	12.64	0.710	48.52	1.086
						8.97		52.67	
		無し 有り	八戸波	NS	17	32.12	0.292	122.3	0.362
						9.38		44.29	
		無し 有り	JMA神戸波	NS	9	18.42	0.448	70.91	0.634
						8.25		44.99	
		無し 有り	BCJ-L2波	—	33	26.33	0.311	101.8	0.498
						8.19		50.70	
平均値					0.406	平均値	0.605		

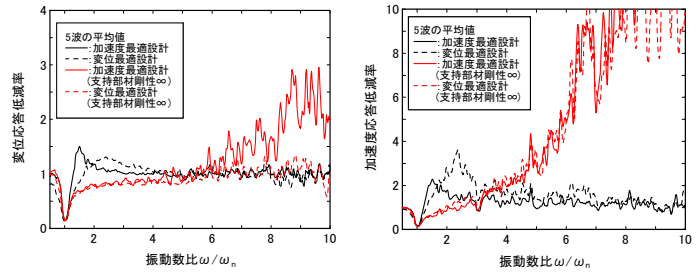
8. まとめ

本論文では、慣性接続要素と粘性要素の並列接続したダンパーと支持部材との直列接続から構成される一層最適設計システムの振動実験を行い、変位最適設計と加速度最適設計における理論値の妥当性を検証した。以下に結論を記す。

- ①系の基部に作用する調和加振における変位応答倍率および加速度応答倍率に対する応答値は、最適設計法の理論値と一致する。
- ②最適設計システムは、高振動数域において支持部材剛性を剛とした系より変位応答倍率および加速度応答倍率とも良い応答性状を示す。
- ③ランダム加振における加速度最適設計時の等価剛性と等価粘性係数は、共振時の等価剛性と比較して10～20%程度高めの値に、粘性係数は40～50%程度小さめの値となり、文献1)で提案した補正係数とほぼ同等の結果が得られた。
- ④本装置の解析モデルを組み込んだ最適設計システムの時刻歴解析結果は、実験値と比較的良好な精度で一致する。
- ⑤最適設計システムの変位応答低減率および加速度応答低減率は、質量比0.25の変位最適設計で0.30～0.70程度、質量比0.21の加速度最適設計で0.35～0.75程度であった。

謝辞：

本実験を行うに当たっては(株)NTTファシリティーズの齊藤賢二様、東北大学大学院井上範夫教授に多大なるご指導・ご鞭撻をいただきました。また、本システムの製作に当たっては(株)免制震デバイス、THK (株)、解析モデルの一般化に当たってはユニオンシステム(株)の山崎久雄様のご協力を得ました。ここに感謝の意を表します。



(a) 変位応答低減率 (b) 加速度応答低減率
図-24 最適設計システムと支持部材剛性を剛とした系との応答低減率の比較

参考文献

- 1) 齊藤賢二, 栗田哲, 井上範夫：慣性接続要素を利用した粘性ダンパーによる一質点構造の最適応答制御と Kelvin モデル化手法に関する考察, 構造工学論文集 Vol.53B, 2007.3
- 2) 社団法人日本免震構造協会：JSSIパッシブ制振構造設計・施工マニュアル, 2003.10
- 3) J. P. Den Hartog : Mechanical Vibrations, 4th ed., Dover, New York, 1985.
- 4) 背戸一登, 丸山晃市：「振動工学」(解析から設計まで), 森北出版, 2002
- 5) 黒田英二ほか：ボールネジを用いた制震装置の開発(その1), 日本建築学会技術報告集 第8号, 日本建築学会, pp.239-244, 1999.6
- 6) 中南滋樹, 木田英範ほか：慣性質量要素を有する粘性減衰装置の開発, 三井住友建設(株)技術研究所報告, NO.3, pp.157-164, 2005
- 7) 笠井和彦, 大熊潔：振動数に依存する制振構造の等価周期・等価減衰の評価法とその精度(弾性架構と粘弾性ダンパーやオイルダンパーをもつ一質点構造における全体減衰系への置換法), 日本建築学会構造系論文集, 580, pp.51-59, 2004