

定点理論に基づく多段調整バネ付き粘性マスダンパーの応答制御法

Response Control Method of Multi-Tuning Viscous Mass Dampers with Spring Based on Fixed Points Theory

中南 滋樹 SHIGEKI NAKAMINAMI

第一構造デザインディビジョン 木田 英範 HIDENORI KIDA

平田 裕一 YUICHI HIRATA

鈴木 亨 TORU SUZUKI

(株)免制震デバイス 田中 久也 HISAYA TANAKA

筆者らは、これまでに層間加速度に依存して慣性質量効果を有する要素と粘性要素およびバネ要素からなる同調質量系ダンパーを制御対象の系に組み込んだダンパーシステムを提案している。これら同調質量系ダンパーを単一に用いる場合の問題点は、制振効果が制御対象やダンパー構成要素のパラメータ変動の影響を受けやすく、実用面での信頼性に難点があることがあげられる。本報では、この問題点を改善するために3要素からなるダンパーを多段に配置した定点理論に基づく応答制御法を提案し、多段調整することにより単一型より応答倍率を小さくできること、ある想定した変動域で安定した制振効果が得られることを示した。

キーワード：定点理論，パッシブ制振，多段調整，慣性質量，バネ要素

The authors proposed the multi-tuning viscous mass dampers with spring and its optimum design method based on fixed points theory. Vibration control effects of single-tuning type dynamic absorber are very sensitive to changes of parameters such as the natural frequency of the controlled object and the damping coefficient of the absorber itself. This paper shows this damper system improve the robustness of vibration control performance by multi-tuning and this damper system can reduce magnification factor than conventional single-tuning type dynamic absorber.

Key Words: Fixed Points Theory, Passive Control, Multi-Tuning, Inertial Mass, Spring

1. はじめに

建築構造物の耐震設計は、その剛性や耐力を調整するか、あるいは人為的に減衰を付加することで行われるのが一般的である。これは、運動方程式において剛性項や粘性項、あるいは両項を操作することで構造物の応答を制御しようとするものである。剛性項を操作する方法としては、変位に依存して減衰力を発揮する低降伏点鋼などの履歴系ダンパーが、粘性項を操作する方法としては、速度に依存して減衰力を発揮するオイルダンパーなどの粘性系ダンパーが知られている。

一方、質量項を操作することで応答を制御しようとする方法^(例えば¹⁾)がある。これは慣性接続要素¹⁾と呼ばれる層間加速度に応じて慣性力を発生させる質量要素を構造物の層間に配置することにより、剛性項、粘性項の制御では得られなかった構造物の特性変動を誘導しようとする

ものである。

筆者らは、すでに提案されている運動方程式における質量項を操作する応答制御法とは異なる慣性接続要素をより効果的に利用する新しい応答制御法^{2)~5)}を提案している。本制御法は、慣性接続要素と粘性要素およびバネ要素の3要素からなる振動系（「バネ付き粘性マスダンパー」または「付加系」と呼ぶ）を形成して制御対象の系に組み込み、この振動系の固有振動数とフレームの固有振動数を適切に同調させることにより、バネ要素と粘性要素のみでは得られなかった大きな振動エネルギー吸収効果を得ることができるものである。

これら同調質量系ダンパーを単一で用いる場合の問題点は、制御対象となるフレームの固有振動数などの変動やダンパーを構成する3要素のパラメータ変動の影響を受けやすく制振効果が減少してしまうなど実用面での信頼性に難点があることがあげられる。

本報では、この問題点を改善するための方法として、3要素からなる振動系を多段に配置した定点理論に基づく応答制御法を提案する^{6),7)}。多段調整することにより単一型より応答倍率を小さくすることができること、ある想定した変動域でほぼ一定の安定した制振効果を発揮することができることを示す。なお、制御対象は系の基盤に入力される調和加振系とする。

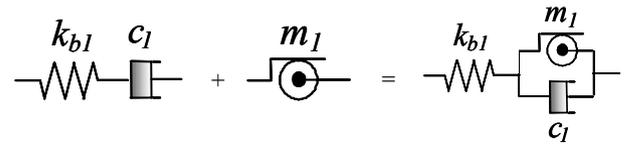
2. 本システムの構成要素と原理

バネ付き粘性マスダンパーは、バネ要素 k_{b1} と粘性要素 c_1 からなるマクスウェルモデル (図-1(a)) の粘性要素と並列に慣性接続要素 m_1 (図-1(b)) を接続したものである。バネ要素は、一般的な粘性ダンパーで期待される高剛性の支持部材として用いるのではなく、振動系を構成する1要素として用いるため、適度な剛性を持たせている。そのため、付加系自体で固有円振動数 ω_1 の振動系 (図-1(c)) を形成している。

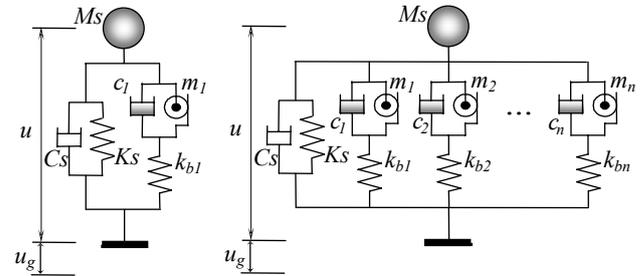
システムはこの付加系をフレームに組み込むことにより形成される。図-2に単一型システムと多段調整型システムを示す。多段調整型の付加系は、単一型の付加系を単に n 個並列に接続したのではなく、それぞれが異なる固有円振動数 $\omega_j (j=1 \sim n)$ をもつ系を多段に配置することにより構成される。付加系を構成するバネ要素の剛性や粘性要素の減衰は、全体系の共振点のピークを最小化するように調整する。この最適化手法には定点理論を用いる。定点理論⁸⁾とは、TMD(Tuned Mass Damper) のような動吸振器の設計に用いられる設計法で Den Hartog によって1924年に提案されたものである。これは、動吸振器を含む振動系の共振曲線において動吸振器の減衰の大きさに関係なく定まる2つの特定の固定点を利用して装置の設計を行おうとするものである。具体的には、まずこれら2つの固定点の高さを揃えるための条件、つまり動吸振器と主系との最適同調振動数比を求める。次に、これら2つの固定点で共振曲線が最大値を取るための条件、つまり動吸振器の最適減衰定数を求める。

以上の手順により、動吸振器の最適固有円振動数と減衰係数を決定することができる。フレームと付加系の固有円振動数を同調させることは、付加系の粘性要素部分の相対変位を動的に拡大してダンパーによる振動の吸収効果を高めることになる。

さらに既往の論文⁹⁾において、最適化された2個の動吸振器のバネ剛性の高振動数域にグループ分けされるものはさらに高振動数側に、低振動数域にグループ分けされるものはさらに低振動数側にそれぞれの動吸振器の固有円振動数を少しずつずらすことによりロバスト性を



(a) Maxwell モデル (b) 慣性接続要素 (c) 付加系
図-1 バネ付き粘性マスダンパー (付加系) の構成要素



(a) 単一型 (b) 多段調整型
図-2 単一型システムと多段調整型システム

高めることができることも知られている。

次章以降では、以上のような多重動吸振器の応答性状を利用して、慣性接続要素を利用した付加系を多段配置した応答性状について報告する。慣性接続要素を利用した多段調整型の代表的な例として、主に付加系を2個並列に接続した場合を例に、最適調整条件、応答性状および設計仕様変動に対する調整法について述べる。

3. 多段調整型システムの最適応答制御

(1) 多段調整型システムの応答倍率

図-2(b) に示す多段調整型システムが地動加速度 $\ddot{u}_g(t)$ を受けるときの変位応答倍率および加速度応答倍率を求める。運動方程式は次式で表される。

$$M_s \cdot \ddot{u} + C_s \cdot \dot{u} + K_s \cdot u + \sum_{j=1}^n f_j = -M_s \cdot \ddot{u}_g(t) \quad (1)$$

$$f_j = c_j \cdot \dot{u}_d + m_j \cdot \ddot{u}_d = k_{bj} \cdot u_b \quad (2)$$

ここで、 M_s と m_j は、それぞれ主系の主質量と慣性接続要素の質量を、 K_s と k_{bj} はそれぞれ主系の剛性と直列バネ要素の剛性を、 C_s と c_j はそれぞれ主系の粘性減衰係数と付加系粘性要素の減衰係数を表す。また、 \dot{u}_d \ddot{u}_d は、それぞれ粘性要素部の速度と加速度を表す。上記の運動方程式を解くにあたり以下の関係式を定義する。

$$\omega_j^2 = k_{bj}/m_j, \quad \omega_s^2 = K_s/M_s, \quad C_s/M_s = 2h_s\omega_s, \quad c_j/m_j = 2h_j\omega_j$$

ここで、 h_s と h_j はそれぞれ主系の内部粘性減衰と付加系粘性要素の減衰定数、 ω_j は慣性接続要素の質量 m_j とバネ要素の剛性 k_{bj} で決まる固有円振動数を表している。

式 (1) に $u_g(t) = \delta \cdot e^{i\omega t}$ を代入し、地動調和加振を行う

場合の変位応答倍率と加速度応答倍率を求めると、それぞれ式 (3), 式 (4) となる。

$$\frac{u(t)}{u_g(t)} = \frac{g_s^2}{1 - g_s^2 + 2h_s g_s i + \sum_{j=1}^n \left(\frac{-g_s^2 + 2h_j \gamma_j g_s i}{\gamma_j^2 - g_s^2 + 2h_j \gamma_j g_s i} \cdot \mu_j \gamma_j^2 \right)} \quad (3)$$

$$\frac{\ddot{u}(t) + \ddot{u}_g(t)}{\ddot{u}_g(t)} = \frac{1 + 2h_s g_s i + \sum_{j=1}^n \left(\frac{-g_s^2 + 2h_j \gamma_j g_s i}{\gamma_j^2 - g_s^2 + 2h_j \gamma_j g_s i} \cdot \mu_j \gamma_j^2 \right)}{1 - g_s^2 + 2h_s g_s i + \sum_{j=1}^n \left(\frac{-g_s^2 + 2h_j \gamma_j g_s i}{\gamma_j^2 - g_s^2 + 2h_j \gamma_j g_s i} \cdot \mu_j \gamma_j^2 \right)} \quad (4)$$

ここで $g_s = p/\omega_s$, $\gamma_j = \omega_j/\omega_s$, $\mu_j = m_j/M_s$ であり, 2段調整 ($n=2$) の場合, 式 (3), 式 (4) は以下のようになる。

$$\frac{u(t)}{u_g(t)} = \frac{R_N + i \cdot I_N}{R_D + i \cdot I_D} = \delta_d \cdot e^{i\alpha} \quad (5)$$

$$\frac{\ddot{u}(t) + \ddot{u}_g(t)}{\ddot{u}_g(t)} = \frac{(R_N + R_D) + i \cdot (I_N + I_D)}{R_D + i \cdot I_D} = \delta_a \cdot e^{i\beta} \quad (6)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \delta_d &= \frac{\sqrt{R_N^2 + I_N^2}}{\sqrt{R_D^2 + I_D^2}}, \quad \alpha = \tan^{-1} \frac{I_N}{R_N} - \tan^{-1} \frac{I_D}{R_D} = \phi_N - \phi_D \\ \delta_a &= \frac{\sqrt{(R_N + R_D)^2 + (I_N + I_D)^2}}{\sqrt{R_D^2 + I_D^2}}, \quad \beta = \tan^{-1} \frac{I_N + I_D}{R_N + R_D} - \tan^{-1} \frac{I_D}{R_D} = \phi_{N+D} - \phi_D \\ R_N &= g_s^2 \times \left\{ (1 - g_s^2/\gamma_1^2)(1 - g_s^2/\gamma_2^2) - (4h_1 \cdot h_2 \cdot g_s^2)/(\gamma_1 \gamma_2) \right\} \\ I_N &= g_s^2 \times \left\{ 2h_1 \cdot (g_s/\gamma_1)(1 - g_s^2/\gamma_2^2) + 2h_2 \cdot (g_s/\gamma_2)(1 - g_s^2/\gamma_1^2) \right\} \\ R_D &= A \cdot C - B \cdot D + \sum_{j=1}^2 E_j, \quad I_D = A \cdot D + B \cdot C + \sum_{j=1}^2 F_j \\ \left[\begin{aligned} A &= 1 - g_s^2/\gamma_1^2 - g_s^2 + g_s^4/\gamma_1^2 - 4h_1 \cdot h_2 \cdot g_s^2/\gamma_1 \\ B &= 2h_1 \cdot (g_s/\gamma_1)(1 - g_s^2) + 2h_2 \cdot g_s(1 - g_s^2/\gamma_1^2) \\ C &= 1 - g_s^2/\gamma_2^2 \\ D &= 2h_2 \cdot g_s/\gamma_2 \\ E_1 &= \mu_1 \cdot \gamma_1^2 \left\{ (g_s^2/\gamma_1^2)(-1 + g_s^2/\gamma_2^2) - (4h_1 \cdot h_2 \cdot g_s^2)/(\gamma_1 \gamma_2) \right\} \\ E_2 &= \mu_2 \cdot \gamma_2^2 \left\{ (g_s^2/\gamma_2^2)(-1 + g_s^2/\gamma_1^2) - (4h_1 \cdot h_2 \cdot g_s^2)/(\gamma_1 \gamma_2) \right\} \\ F_1 &= \mu_1 \cdot \gamma_1^2 \left\{ 2h_1 \cdot (g_s/\gamma_1)(1 - g_s^2/\gamma_2^2) - (2h_2 \cdot g_s^3)/(\gamma_1 \gamma_2) \right\} \\ F_2 &= \mu_2 \cdot \gamma_2^2 \left\{ 2h_2 \cdot (g_s/\gamma_2)(1 - g_s^2/\gamma_1^2) - (2h_1 \cdot g_s^3)/(\gamma_1 \gamma_2) \right\} \end{aligned} \right. \end{aligned} \right.$$

(2) 2段調整型システムの最適調整条件

既往の論文⁹⁾と同様の方法で, 2段調整型の最適調整条件を求めるにあたり, 式(5),式(6)の $h_s=0, \mu_1=\mu_2=\mu'$ とし h_1, h_2 をそれぞれ 0, ∞ とした 3組の条件を定め, 各々の条件における応答倍率を求めると, 以下のようになる。

(i) 変位応答倍率 (3組の条件)

(i-1) $h_1=0, h_2=\infty$ のとき

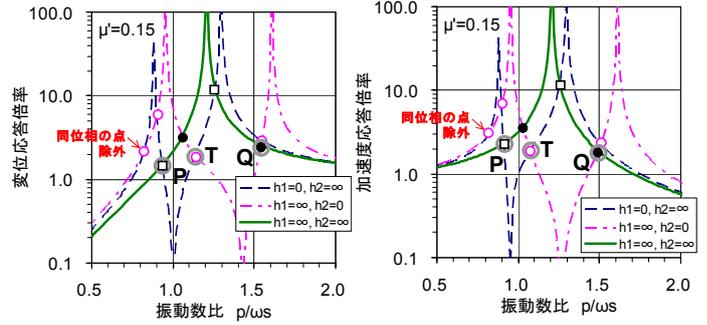
$$\left| \frac{u(t)}{u_g(t)} \right|_{h_1=0, h_2=\infty} = \left| \frac{g_s^2(\gamma_1^2 - g_s^2)}{\gamma_1^2(1 + \mu'\gamma_2^2) - g_s^2(1 - g_s^2 + \gamma_1^2 + \mu'(\gamma_1^2 + \gamma_2^2))} \right| \quad (7)$$

(i-2) $h_1=\infty, h_2=0$ のとき

$$\left| \frac{u(t)}{u_g(t)} \right|_{h_1=\infty, h_2=0} = \left| \frac{g_s^2(\gamma_2^2 - g_s^2)}{\gamma_2^2(1 + \mu'\gamma_1^2) - g_s^2(1 - g_s^2 + \gamma_2^2 + \mu'(\gamma_1^2 + \gamma_2^2))} \right| \quad (8)$$

(i-3) $h_1=\infty, h_2=\infty$ のとき

$$\left| \frac{u(t)}{u_g(t)} \right|_{h_1=\infty, h_2=\infty} = \left| \frac{g_s^2}{1 - g_s^2 + \mu'(\gamma_1^2 + \gamma_2^2)} \right| \quad (9)$$



(a) 変位応答倍率 (b) 加速度応答倍率
図-3 3つの特性点 P,T,Q (2段調整型)

(ii) 加速度応答倍率 (3組の条件)

(ii-1) $h_1=0, h_2=\infty$ のとき

$$\left| \frac{\ddot{u}(t) + \ddot{u}_g(t)}{\ddot{u}_g(t)} \right|_{h_1=0, h_2=\infty} = \left| \frac{\gamma_1^2(1 + \mu'\gamma_2^2) - g_s^2(1 + \mu'(\gamma_1^2 + \gamma_2^2))}{\gamma_1^2(1 + \mu'\gamma_2^2) - g_s^2(1 - g_s^2 + \gamma_1^2 + \mu'(\gamma_1^2 + \gamma_2^2))} \right| \quad (10)$$

(ii-2) $h_1=\infty, h_2=0$ のとき

$$\left| \frac{\ddot{u}(t) + \ddot{u}_g(t)}{\ddot{u}_g(t)} \right|_{h_1=\infty, h_2=0} = \left| \frac{\gamma_2^2(1 + \mu'\gamma_1^2) - g_s^2(1 + \mu'(\gamma_1^2 + \gamma_2^2))}{\gamma_2^2(1 + \mu'\gamma_1^2) - g_s^2(1 - g_s^2 + \gamma_2^2 + \mu'(\gamma_1^2 + \gamma_2^2))} \right| \quad (11)$$

(ii-3) $h_1=\infty, h_2=\infty$ のとき

$$\left| \frac{\ddot{u}(t) + \ddot{u}_g(t)}{\ddot{u}_g(t)} \right|_{h_1=\infty, h_2=\infty} = \left| \frac{1 + \mu'(\gamma_1^2 + \gamma_2^2)}{1 - g_s^2 + \mu'(\gamma_1^2 + \gamma_2^2)} \right| \quad (12)$$

式 (7) ~ 式(12) より応答倍率曲線を図-3に示す。

既往の論文⁹⁾では, すべて逆位相の7交点であったが本報では, 逆位相7交点+同位相1交点の計8交点存在していることがわかる。この同位相1交点を除外し, 3交点 P,T,Q を図-3のように定義し, 定点理論に基づく条件「①3つの交点 P,T,Q の高さを等しくする」, 「②応答倍率曲線が3交点の高さと同じ付近で極大値を持つようにする」を2段調整型の最適調整条件とし, 解を導くものとする。

—①の条件—

表-1に交点 P,T,Q の解を示し, 交点 P,Q の高さを等しくする条件を式 (13), 式(15)に, 交点 P,T の高さを等しくする条件を式 (14), 式(16)に示す。

表-1 交点 P,T,Q の解

	変位応答倍率	加速度応答倍率
交点 P	式 (7), 式 (9) の2つの解の小さい方	式(10),式(12)の2つの解の小さい方
交点 T	式 (7), 式 (8) の逆位相の3つの解の間	式(10),式(11)の逆位相の3つの解の間
交点 Q	式 (8), 式 (9) の2つの解の大きい方	式(11),式(12)の2つの解の大きい方

(i) 変位応答倍率 (高さを等しくする条件)

$$\frac{g_s^2(\text{交点P})}{1 - g_s^2(\text{交点P}) + \mu'(\gamma_1^2 + \gamma_2^2)} = -\frac{g_s^2(\text{交点Q})}{1 - g_s^2(\text{交点Q}) + \mu'(\gamma_1^2 + \gamma_2^2)} \quad (13)$$

$$\frac{g_s^2(\text{交点P})}{1 - g_s^2(\text{交点P}) + \mu'(\gamma_1^2 + \gamma_2^2)} = \frac{g_s^2(\text{交点T})(\gamma_1^2 - g_s^2(\text{交点T}))}{-g_s^2(\text{交点T})(1 - g_s^2(\text{交点T}) + \gamma_1^2 + \mu'(\gamma_1^2 + \gamma_2^2)) + \gamma_1^2(1 + \mu'\gamma_2^2)} \quad (14)$$

(ii) 加速度応答倍率 (高さを等しくする条件)

$$\frac{1 + \mu'(\gamma_1^2 + \gamma_2^2)}{1 - g_s^2(\text{交点P}) + \mu'(\gamma_1^2 + \gamma_2^2)} = -\frac{1 + \mu'(\gamma_1^2 + \gamma_2^2)}{1 - g_s^2(\text{交点Q}) + \mu'(\gamma_1^2 + \gamma_2^2)} \quad (15)$$

$$\frac{1 + \mu'(\gamma_1^2 + \gamma_2^2)}{1 - g_s^2(\text{交点P}) + \mu'(\gamma_1^2 + \gamma_2^2)} = \frac{\gamma_1^2(1 + \mu'\gamma_2^2) - g_s^2(\text{交点T})(1 + \mu'(\gamma_1^2 + \gamma_2^2))}{-g_s^2(\text{交点T})(1 - g_s^2(\text{交点T}) + \gamma_1^2 + \mu'(\gamma_1^2 + \gamma_2^2)) + \gamma_1^2(1 + \mu'\gamma_2^2)} \quad (16)$$

以上により、P,T,Q の高さを等しくする条件式は、式(13)と式(14)または式(15)と式(16)の連立式にて与えられる。すなわちこれらの条件式は、 μ', γ_1, γ_2 のみの関数として表されており、2つの付加系の最適同調振動数比 $\beta_{opt1}, \beta_{opt2}$ は μ' のみの関数で表現されることがわかる。

②の条件-

式(5), 式(6) を g_s について微分を行い、極値を求めれば良いが、本論文では h_1, h_2 のパラメータスタディーにより、最適調整条件を満たす付加系の h_1, h_2 の解の算出を行うものとした(次節「(3) 多段調整型システムの最適調整条件」で示す各評価関数を最小にするようパラメータスタディーにより h_1, h_2 の解の算出を行う)。

(3) 多段調整型システムの最適調整条件

主系に付加系が n 個 ($n > 2$) 並列に取り付く場合、応答倍率曲線上には多くて $(n+1)$ 個の極大値が存在し、これらの極値を $P_{max}(1) \sim P_{max}(n+1)$ とした場合、既往の論文¹⁰⁾と同様、応答倍率曲線の各ピークのばらつきを小さくするための評価関数 G と共振ピークを抑えるための評価関数 H を、

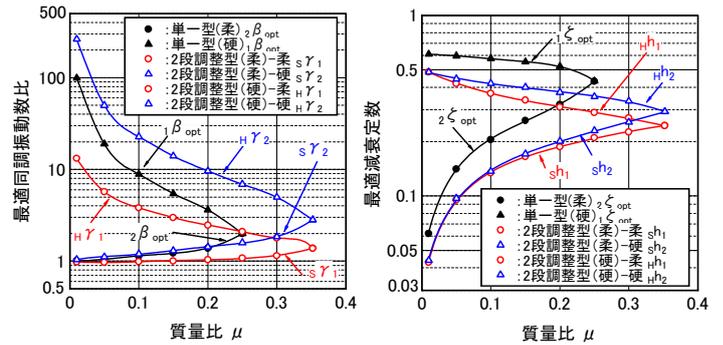
$$G = \sum_{l=1}^{n+1} \left\{ \frac{\sum_{k=1}^{n+1} P_{max}(k)}{n+1} - P_{max}(l) \right\}^2, \quad H = \sum_{k=1}^{n+1} \frac{P_{max}(k)}{n+1}$$

と定義し、各評価関数を最小にするようパラメータスタディーにより最適調整条件解の算出を行うものとする。

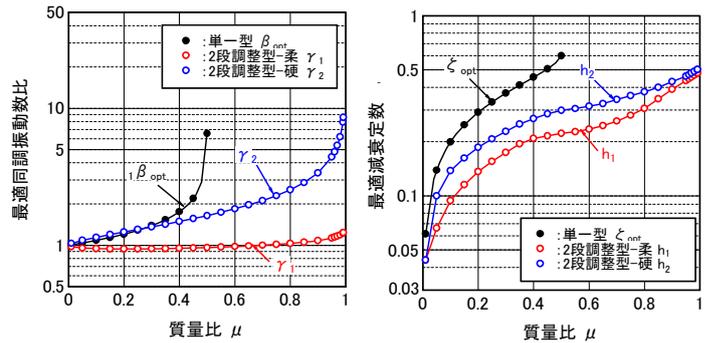
4. 多段調整型システムの応答性状

(1) 最適調整条件

図-4左図に2段調整型の地動調和加振による変位応答



(a) 変位応答倍率に対する最適調整時



(b) 加速度応答倍率に対する最適調整時

図-4 最適調整条件

倍率および加速度応答倍率に対する最適調整時(それぞれ「変位最適調整」, 「加速度最適調整」と呼ぶ)の最適同調振動数比 $\beta_j (j=1 \sim 2)$ を、図-4右図に付加系の最適減衰定数 $h_j (j=1 \sim 2)$ をそれぞれ単一型の最適応答制御解^{2),3)}と併せて示す。2段調整型の質量比 μ' は、単一型と比較するために $\mu' = \mu/2$ とした。ここで、最適同調振動数比とは、交点P,T,Qの高さを等しくする条件であり、最適減衰定数とは、3つの極大値の応答倍率をほぼ等しくかつ最小にする条件である。2段調整型の変位応答倍率の最適同調振動数比および最適減衰定数には、単一型と同様に2つの解が存在している。(単一型では質量比 $\mu = 0.25$, 2段調整型で $\mu = 0.352$ までの範囲で解が存在する) 加速度応答倍率においては、単一型では、質量比 $\mu \approx 0.5$, 2段調整型で $\mu \approx 1.0$ までの範囲で解が存在する。2つの解のうち、最適同調振動数比の低い方 $sl_j (j=1 \sim 2)$ で決まる付加系のバネを柔らかい方のバネ(以下、「柔バネ」), 高い方 $hl_j (j=1 \sim 2)$ で決まる付加系のバネを硬い方のバネ(以下、「硬バネ」と呼ぶ。

(2) 変位応答倍率曲線

図-5(a)右図に2段調整型の変位最適調整条件より求めた調和加振に対する変位応答倍率曲線を示す。左図には比較のために単一型の結果も示している。また、図-5(b)は単一型と2段調整型の変位応答倍率曲線の最大値

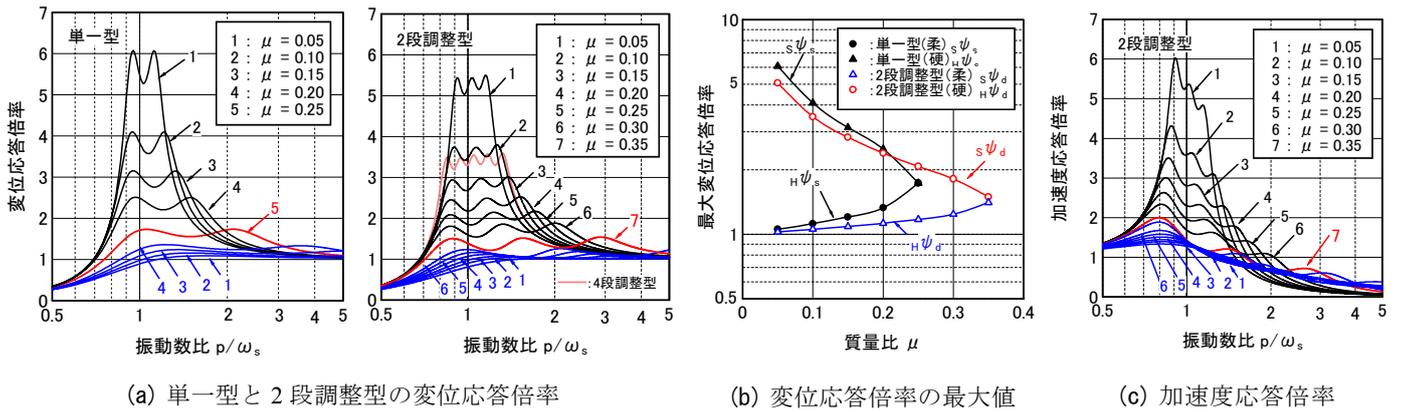


図-5 変位応答倍率最適調整時の応答倍率

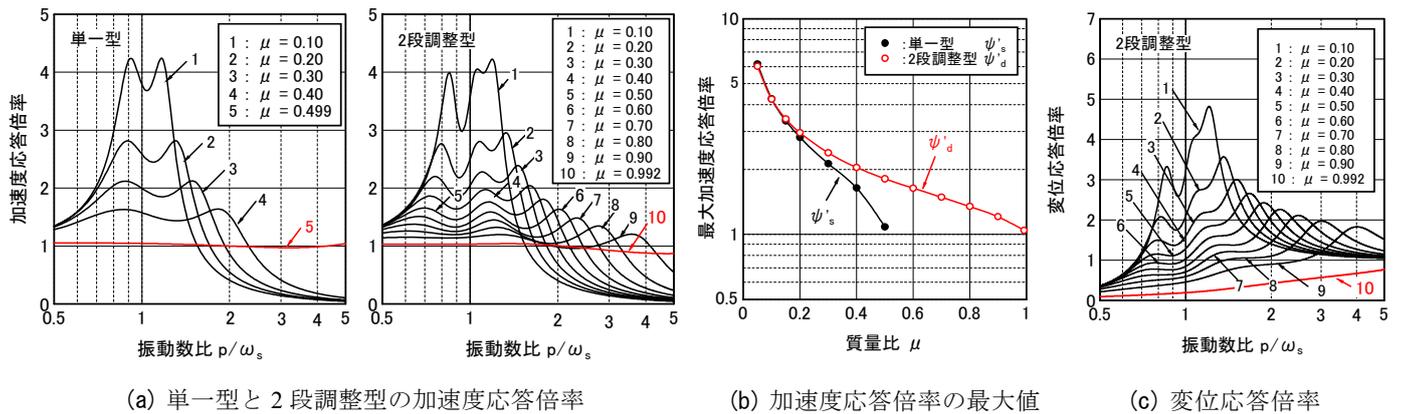


図-6 加速度応答倍率最適調整時の応答倍率

と質量比の関係を示す図-5(c)には2段調整型の加速度応答倍率を示している。

単一型で $\mu=0.25$ 、2段調整型で $\mu=0.352$ の変位応答倍率曲線を境に上側に柔バネを用いた場合、下側に硬バネを用いた場合の応答倍率曲線が示されている。柔バネでは質量比が大きいほうが、硬バネでは質量比が小さいほうが応答低減効果の大きいことがわかる。2段調整型の制振効果の特徴として、柔バネを用いた場合は $\mu=0.20$ 以下の条件で質量比が同じ場合でも単一型より少ない減衰量(減衰係数比で0.35~0.70)で変位応答倍率を0.84~0.96小さく抑えられること、硬バネを用いた場合は単一型より減衰量(減衰係数比で1.25~1.75)は多くなるが、全質量比にわたって変位応答倍率を0.68~0.98小さく抑えることができることがあげられる。

図-6(c)には加速度最適調整時の変位応答倍率曲線を示している。変位最適調整時の変位応答倍率曲線と応答倍率を比較すると、変位最適調整時の変位応答倍率のほうが加速度最適調整時の変位応答倍率より小さくなっており、定点理論に基づく変位最適調整時の条件は変位応答倍率を最小化する条件を満たしているのがわかる。

なお、4段、6段とより多くの付加系を用いた多段調整型にすることにより、一般的なTMDと同様¹⁰⁾、2

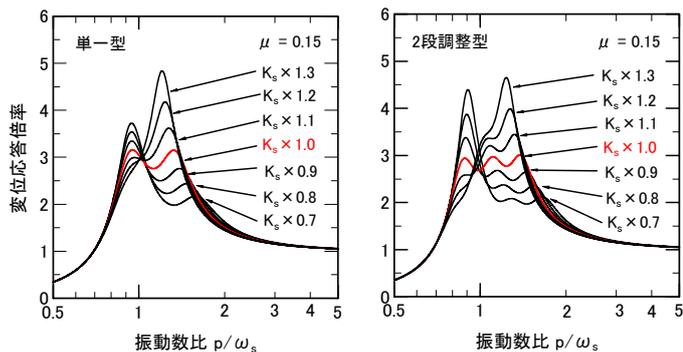
段調整型より大きな制振効果が得られる。図-5(b)には代表的な例として $\mu=0.10$ ($\mu'=\mu/4$)のときの4段調整型の変位応答倍率を示している。

(3) 加速度応答倍率曲線

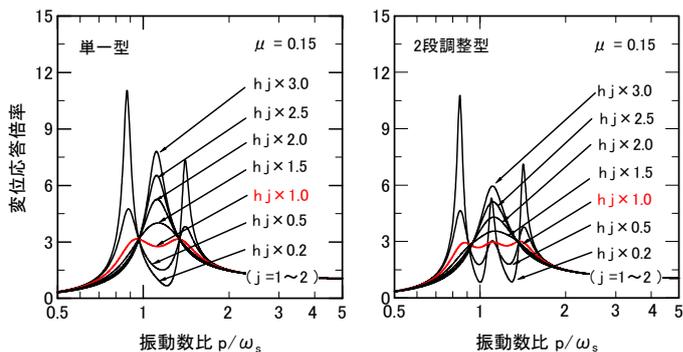
図-6(a)右図に2段調整型の加速度最適調整条件より求めた地動調和加振に対する加速度応答倍率曲線を示す。左図には比較のために単一型の結果も示している。また、図-6(b)は単一型と2段調整型の加速度応答倍率曲線の最大値と質量比の関係を示す図、図-6(c)には2段調整型の変位応答倍率を示している。

制御対象を加速度応答倍率にした場合、同質量比で単一型より多段調整型のほうが応答倍率が小さい条件は質量比 $\mu=0.10$ 以下であり、その他の条件では応答倍率が大きくなっているのがわかる。また、図-5(c)に示す変位最適調整時の加速度応答倍率と加速度最適調整時の加速度応答倍率を比較すると変位最適調整時でも加速度最適調整時とほぼ同等かそれ以下の応答倍率となっている。

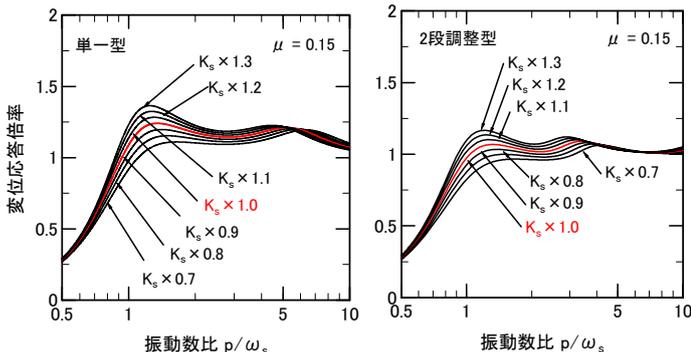
このように加速度応答倍率を対象に定点理論を本システムに適用した場合、定点理論によって導き出される多段調整型の最適解は、必ずしも加速度応答を最小化する条件になっていないことがわかる。これは、単一型で見



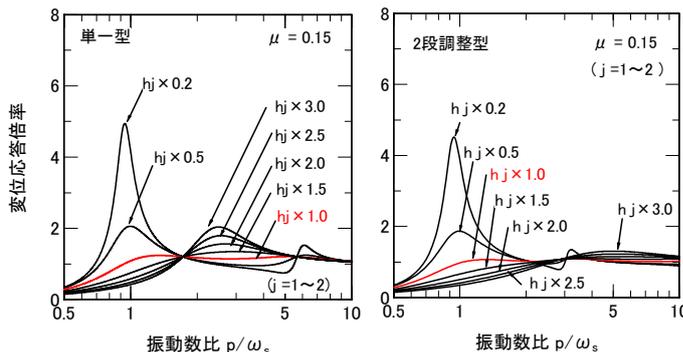
(a) バネ要素が柔バネの場合



(a) バネ要素が柔バネの場合



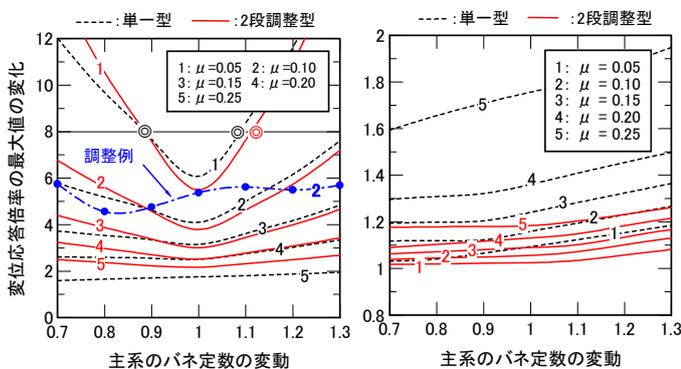
(b) バネ要素が硬バネの場合



(b) バネ要素が硬バネの場合

図-7 主系の固有振動数の変動に対する影響例 (変位応答倍率最適調整時)

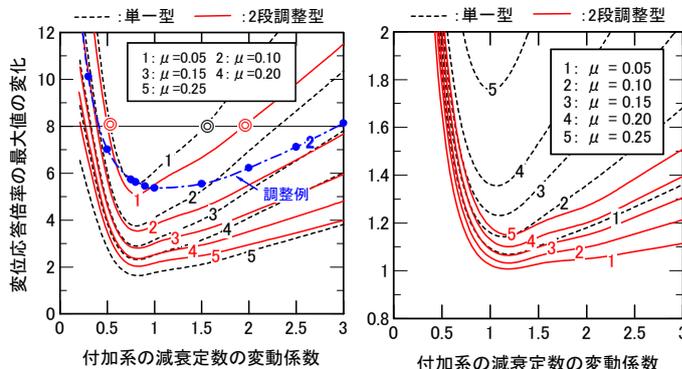
図-9 付加系減衰定数の変動に対する影響例 (変位応答倍率最適調整時)



(a) 柔バネの場合

(b) 硬バネの場合

図-8 最大変位応答倍率と主系のバネ定数変動との関係 (変位応答倍率最適調整時)



(a) 柔バネの場合

(b) 硬バネの場合

図-10 最大変位応答倍率と付加系の減衰定数変動との関係 (変位応答倍率最適調整時)

られた傾向と同様⁴⁾であり、定点理論に基づいて加速度応答を制御する場合でも、変位最適調整条件を満たすように設計の方が効果的であると言える。

5. 設計仕様変動に対する影響

同調質量系ダンパーを単一で用いる場合の問題点は、使用条件や経年変化などにより主系の固有振動数や付加系の減衰定数が変動した場合に、最適調整条件がずれて制振効果が小さくなることである。

ここでは、主系の固有振動数と付加系の減衰定数を変動パラメータに2段調整型の制振効果に対する影響の考察を行う

(1) 変位応答倍率最適調整時

a) 主系の固有振動数の影響

図-7に变位最適調整されているシステムで主系のバネ定数 K_s を0.1ピッチで $K_s \times 0.7 \sim K_s \times 1.3$ 倍に変動させた場合の代表的な変位応答倍率曲線(柔バネ, 硬バネ)を、図-8に変位応答倍率の最大値の変化と主系のバネ定

数の変動との関係を示す。硬バネを用いた場合は全質量比・全変動域で、柔バネを用いた場合は $\mu = 0.20$ 以下の条件かつ $K_S \times 0.9 \sim K_S \times 1.3$ のバネ定数の変動域で、ある変位応答倍率の最大値を許容する変動幅が大きいことから、単一型より固有振動数の変動の影響を受けにくいことがわかる。

例えば、柔バネを用いた場合、変位応答倍率の最大値を 8 以下にするバネ定数の変動幅は $\mu = 0.05$ の場合、単一型で $0.88 \sim 1.08$ 、2 段調整型で $0.88 \sim 1.11$ である (図-8中に◎で表示)。

b) 付加系の減衰定数の変動

図-9に変位最適調整されているシステムで 2 基の付加系の減衰定数を $h_j (j=1 \sim 2) \times 0.2, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0$ と変動させた場合の代表的な変位応答倍率曲線 (柔バネ, 硬バネ) を, 図-10には変位応答倍率の最大値の変化と付加系の減衰定数の変動との関係を示す。硬バネを用いた場合は全質量比・全変動域で、柔バネを用いた場合は $\mu = 0.20$ 以下の条件かつ減衰定数の全変動域で、単一型より減衰定数の変動の影響を受けにくいことがわかる。

例えば、変位応答倍率の最大値を 8 以下にする減衰定数の変動幅は $\mu = 0.05$ の場合、単一型で $0.55 \sim 1.52$ 、2 段調整型で $0.50 \sim 1.94$ である (図-10中に◎で表示)。

このことは、環境温度の影響を受けやすい粘性要素の温度依存性の観点からは有利な点と言える。

(2) 加速度応答倍率最適調整時

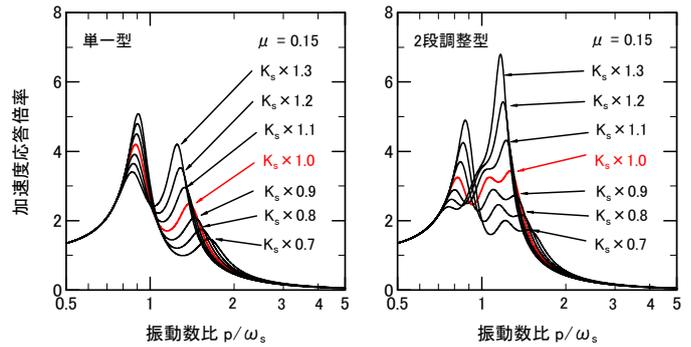
a) 主系の固有振動数の影響

図-11に加速度最適調整されているシステムで主系のバネ定数 K_S を 0.1 ピッチで $K_S \times 0.7 \sim K_S \times 1.3$ 倍に変動させた場合の代表的な加速度応答倍率曲線を, 図-12(a)に加速度応答倍率の最大値の変化と主系のバネ定数の変動との関係を示す。加速度応答倍率と同様に、全質量比全変動域で、単一型より 2 段調整型のほうが固有振動数の変動の影響を受けやすいことがわかる。

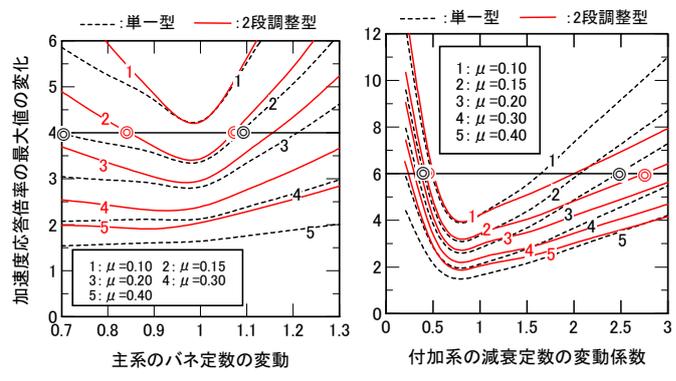
例えば、加速度応答倍率の最大値を 4 以下にするバネ定数の変動幅は $\mu = 0.15$ の場合、単一型で $0.70 \sim 1.08$ 、2 段調整型で $0.84 \sim 1.05$ である (図-12(a)中に◎で表示)。

b) 付加系の減衰定数の変動

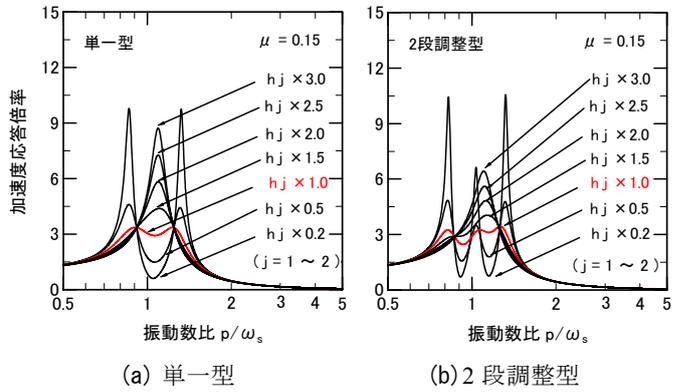
図-13に加速度最適調整されているシステムで 2 個の付加系の減衰定数を $h_j (j=1 \sim 2) \times 0.2, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0$ と変動させた場合の代表的な加速度応答倍率曲線を, 図-12(b)には加速度応答倍率の最大値の変化と付加系の減衰定数の変動との関係を示す。 $\mu = 0.15$ 以下の条件では減衰定数の全変動域で、単一型より 2 段調整型のほうが付加系の減衰定数の変動の影響を受けにくいこと



(a) 単一型 (b) 2 段調整型
 図-11 主系の固有振動数の変動に対する影響例 (加速度応答倍率最適調整時)



(a) 主系のバネ定数変動 (b) 付加系の減衰定数変動
 図-12 最大加速度応答倍率と設計仕様変動との関係 (加速度応答倍率最適調整時)



(a) 単一型 (b) 2 段調整型
 図-13 付加系の減衰定数の変動に対する影響例 (加速度応答倍率最適調整時)

がわかる。また、減衰定数の変動が大きくなる側の領域については $\mu = 0.30$ 程度までは 2 段調整型が有利な領域である。

例えば、加速度応答倍率の最大値を 6 以下にする減衰定数の変動幅は $\mu = 0.15$ の場合、単一型で $0.39 \sim 2.45$ 、2 段調整型で $0.40 \sim 2.75$ である (図-12(b)中に◎で表示)。

(3) 固有振動数の変動を見込んだ調整法

主系の固有振動数の影響に関しては、柔バネを用いた場合に、 $K_S=0.9$ 以下にバネ定数が変動する際に2段調整型のほうが影響を受けやすいという特性があった。ここでは、その対処法として2つの最適同調振動数を上下に少しずつ変動させて制振効果の安定性を高める調整法について述べる。図-8に $\mu=0.10$ の例を一点斜線で示す。

この例では、減衰定数は最適減衰定数のままとし、最適同調振動数 s_{y1} を -7.0% 、 s_{y2} を $+3.5\%$ だけ変化させた。調整状態における変位応答倍率は、 s_{y1} 、 s_{y2} を最適同調振動数比よりずらしたため、中央のピークが少し高くなり、制振効果はやや低下するが、例えば、変位応答倍率の最大値を6以下にするバネ定数は $K_S \times 0.7 \sim K_S \times 1.3$ まで許容することができ調整前と比較し、より広範囲にわたって安定した制振効果が得られる。調整前では制振効果が減少していた $K_S \times 0.9$ 以下のバネ定数の変動域に対しても応答効果が改善されているのがわかる。また、付加系の減衰定数の変動に対しても平均的に応答倍率の最大値の変化が小さくなっているのがわかる(図-10に一点斜線で表示)。これらの効果は、変位応答倍率の硬バネを用いた場合や加速度応答倍率に対しても同様である。

本調整法は、単一型では行うことができない多段調整型の大きな特徴であり、本ダンパーシステムのさらなるロバスト性の向上が見込める可能性を示唆している。

6. まとめ

本報では、定点理論に基づき慣性接続要素と粘性要素およびバネ要素の3要素からなる振動系を制御対象の系に多段配置するときの応答制御方法を検討した。以下に得られた知見を示す。

- ① 定点理論に基づき2段調整型の最適調整条件を導くとともに、N段調整型の評価規範を示した。
- ② 多段調整型は、単一型より少ない減衰量で変位応答倍率を小さくできるとともに一定した制振効果が得られる振動数幅が広がることがわかった。その効果が有効な質量比は $\mu=0.20$ 以下である。
- ③ 加速度応答倍率については、質量比 $\mu=0.10$ 以下の条件で単一型より応答倍率を小さくすることがわかった。定点理論に基づいて加速度応答を制御する場合でも、変位最適調整条件を満たすように設計するほうが効果的であることがわかった。
- ④ 2段調整型の質量比の適用範囲は変位最適調整時で $\mu=0.352$ 、加速度最適調整時で $\mu \approx 1.00$ と単一型(変位最適調整時で $\mu=0.25$ 、加速度最適調整時で μ

≈ 0.5)の適用範囲より広がることがわかった。

- ⑤ 主系の固有振動数が変動に対する影響に対して、多段調整型は硬バネを用いた場合は全質量比・全変動域で、柔バネを用いた場合は質量比 $\mu=0.20$ 以下の条件かつ $K_S \times 0.9 \sim K_S \times 1.3$ のバネ定数の変動域で単一型より主系の固有振動数の変動の影響を受けにくいことがわかった。
- ⑥ 付加系の減衰定数が変動に対する影響に対して、多段調整型は硬バネを用いた場合は全質量比・全変動域で、柔バネを用いた場合は質量比 $\mu=0.20$ 以下の条件かつ減衰定数の全変動域で、単一型より減衰定数の変動の影響を受けにくいことがわかった。
- ⑦ 定点理論に基づき導いた最適調整条件を低振動数側の条件はさらに低振動数側に、高振動数側の条件はさらに低振動数側に少しずつずらすことにより、⑤、⑥で示したように単一型より応答倍率が大きくなる変動域でも改善できるとともにさらなるロバスト性の改善が見込めることがわかった。

参考文献

- 1) 古橋剛, 石丸辰治: 慣性接続要素によるモード分離, 日本建築学会論文報告集, 第576号, PP55-62, 2004.2
- 2) 斉藤賢二, 栗田哲, 井上範夫: 慣性接続要素を利用した線形粘性ダンパーによる1質点構造の最適応答制御とKelvinモデル化手法に関する考察, 構造工学論文集, Vol.53B, 日本建築学会, pp.53-66, 2007.3
- 3) 斉藤賢二, 井上範夫: 慣性接続要素を利用した粘性ダンパーをもつ制振構造の最適応答制御に関する一考察—最適設計システムにおける線形粘性要素の等価非線形粘性要素への置換法—, 日本建築学会技術報告集, 第26号, 2007.12
- 4) 斉藤賢二, 中南滋樹, 木田英範, 井上範夫: 慣性接続要素と最適化された柔バネ要素と粘性要素を有する一層応答制御システムの振動実験, 構造工学論文集, Vol.54B, 日本建築学会, pp.623-634, 2008.3
- 5) 斉藤賢二, 杉村義文, 井上範夫: 慣性接続要素を利用した粘性ダンパーによる制振構造の応答制御に関する一考察, 構造工学論文集, Vol.54B, 日本建築学会, pp.635-648, 2008.3
- 6) 木田英範, 中南滋樹, 井上範夫, 斉藤賢二: 慣性接続要素を利用した多段調整バネ付き粘性マスダンパーシステムによる構造物の応答制御(その1多段調整型の最適応答制御解), 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-2, 2008.9
- 7) 中南滋樹, 木田英範, 井上範夫, 斉藤賢二: 慣性接続要素を利用した多段調整バネ付き粘性マスダンパーシステムによる構造物の応答制御(その2多段調整型の応答性状), 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-2, 2008.9
- 8) J.P.Den Hartog: Mechanical Vibrations, 4th ed., over, New York, 1985
- 9) 岩波孝一, 背戸一登: 2個の複合動的吸振器の最適設計法とその効果, 日本機械学会論文集(C編), 50巻, 449号, pp.44-52, 1984.1
- 10) 神谷圭二, 鎌形健太郎, 松本進, 背戸一登: 多重動的吸振器の最適設計法, 日本機械学会論文集(C編), 62巻, 601号, pp.22-27, 1996.9